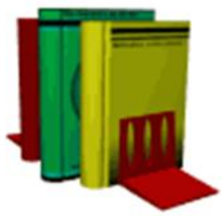
DEL CURSO DE CAPACITACION
EN MATEMATICA
PARA PROFESORES DE PRIMARIA MINED.

MODULO III - GEOMETRIA

ENCUENTRO NÚMERO UNO
CONCEPTOS BASICOS DE LA GEOMETRIA

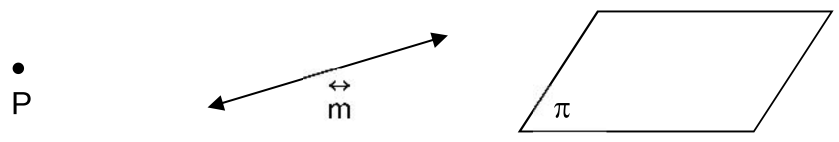


13 DE JULIO DE 2014

FINANCIADO POR: FUNDACIÓN UNO

1.1. TÉRMINOS PRIMITIVOS

En la Geometría Moderna se asumen como términos primitivos o indefinidos, es decir como punto de partida, los conceptos de **Punto, Recta y Plano**.



Cada uno de nosotros tiene la noción de lo que indica cada una de estas palabras y las encontramos presente en muchos objetos que nos rodean.

El punto es una idea, una abstracción que usamos para indicar una posición en el espacio, no tiene "dimensiones", ni largo, ni ancho ni alto. No puede definirse ni "dibujarse", pero sí representarse gráficamente con la marca más pequeña posible que podamos hacer en el papel. Es el primer objeto geométrico, y origen de todos los demás. No tiene dimensiones.

La recta también es una idea. Una recta no tiene ni origen ni fin. Su longitud es infinita. Carece de ancho. Nadie ha "visto" una recta en su vida, porque sólo existe en nuestra mente. Es un conjunto infinito de puntos que tampoco puede "dibujarse", pero sí representarse. Nos indica una dirección; gráficamente la representamos con una "raya", un "segmento", colocándole en su extremo puntas de flecha para indicar su carácter de conjunto infinito que se extiende en ambos sentidos. Podemos asociar un número llamado distancia, a cada pareja de los puntos, que conforman la recta y por eso decimos que tiene "una dimensión".

El plano es otro conjunto infinito de puntos, que a su vez contiene infinitas rectas. Un plano es una superficie uniforme distribuida con rectas que se cruzan sobre ella. La idea que tenemos en mente nos permite identificar qué "superficies" son planas y cuales no. Además de la distancia, podemos asociarle otro número que conocemos como área y decimos que es "bidimensional".

La Geometría toma estos términos como punto de partida, evitando el tratar de dar una definición, precisa, para no caer en un círculo vicioso en el que se tenga que usar conceptos cuyas definiciones sean más complejas que el término que se quiere definir.

 Actividad en clase:

- Observa tu entorno e indica elementos que te sugieran la idea de punto, línea, superficie y cuerpo volumétrico.
- Un rayo láser ¿Qué elemento geométrico te sugiere? ¿y un folder?
- ¿Es posible dibujar una recta en toda su extensión? ¿y un plano?

NOTACIÓN:

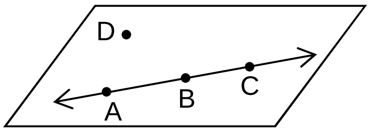
◊ Representaremos los puntos con letras mayúsculas: A, B,.., P, Q,..etc.

◊ Las líneas rectas las representaremos con letras minúsculas, colocándole encima una flecha con doble punta: $\overleftrightarrow{m}$, $\overleftrightarrow{l}$,...,etc. ; también las representaremos usando dos letras mayúsculas, que representen puntos contenidos en dicha recta, así $\overleftrightarrow{PQ}$ representa la recta que pasa por los puntos P y Q.

◊ Los planos los representaremos usando letras griegas o bien usando tres letras mayúsculas que representen puntos contenidos en el plano, pero que no estén sobre la misma recta: α, β, π, σ,..., plano ABC,..

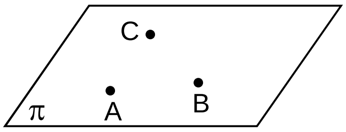
AXIOMA. Dados dos puntos distintos cualesquiera, hay exactamente una recta que los contiene.

DEFINICIÓN. Los puntos de un conjunto decimos que están alineados o que son **colineales**, si hay una recta que los contiene.



En la figura: A, B y C son colineales.
A, B y D no son colineales

DEFINICIÓN. Los puntos de un conjunto son **coplanares** si hay un plano que los contiene.

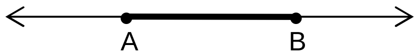


En la figura A, B y C representan puntos coplanares, lo que indicamos por: $\{A, B, C\} \subset \pi$

SEGMENTOS

DEFINICIÓN. Para dos puntos cualesquiera A y B el segmento, denotado por $\overline{AB}$, es el conjunto de los puntos A y B, y de todos los puntos que están entre A y B.

Los puntos A y B se llaman extremos de $\overline{AB}$. Se tiene también que $\overline{AB}$ Z $\overline{BA}$
A la distancia entre los puntos A y B, AB, se le llama la longitud o medida del segmento.



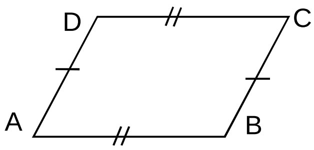
CONGRUENCIA DE SEGMENTOS

DEFINICIÓN. Dos segmentos con la misma medida se llaman **congruentes**.
La relación de congruencia se denota con el símbolo]

$$\overline{AB} \;]\; \overline{CD} \Leftrightarrow AB = CD.$$

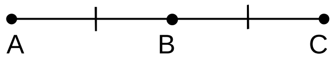
◊ El concepto de congruencia está muy cercano al concepto de igualdad, sin embargo son conceptos diferentes. La igualdad es estrictamente la relación que conecta dos "nombres" para el mismo "objeto", en cambio la congruencia relaciona dos "objetos" que tienen en común la forma y el tamaño.

◊ En las figuras los segmentos congruentes se indican colocando la misma marca sobre ellos. Así por ejemplo



En la figura se indica que $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ y $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

PUNTO MEDIO: Un punto B se llama punto medio de un segmento $\overline{\mathbf{AC}}$, si B está entre A y C (A – B – C) y AB = BC.



◊ Decimos que el punto medio de un segmento **biseca** al segmento.

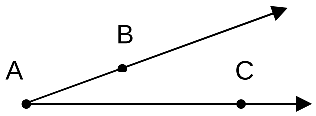
ÁNGULOS

DEFINICIÓN. Un **ángulo** es la unión de dos rayos no colineales que tienen el origen en común.

◊ Los dos rayos se llaman los **lados** del ángulo y el extremo común se llama **vértice**.

◊ Si los rayos se denotan por $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$, el ángulo se denota por ∠ **BAC** o ∠ **CAB** o ∠ **A.** Cuando se utilizan tres puntos, el vértice siempre es el segundo.

◊ La notación ∠ A, es decir nombrando únicamente el vértice la usamos siempre que no se genere confusión acerca del ángulo al cual nos estamos refiriendo, es decir que A no sea al mismo tiempo vértice de otro ángulo.



TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN. Si A, B y C son tres puntos cualesquiera no colineales, entonces la unión de los segmentos $\overline{\mathbf{AB}}$ **,** $\overline{\mathbf{BC}}$ **y** $\overline{\mathbf{AC}}$ se llama un triángulo y se denota por Δ ABC.

◊ Los puntos A, B y C se llaman **vértices** y los segmentos $\overline{\mathbf{AB}}$ **,** $\overline{\mathbf{BC}}$ **y** $\overline{\mathbf{AC}}$ los **lados** del triángulo.

◊ Todo triángulo determina tres ángulos ∠ A, ∠ B y ∠ C, llamados ángulos internos del triángulo.

◊ La suma de las longitudes de los lados se llama **Perímetro** del triángulo.

A cada ángulo ∠ BAC le corresponde un número real entre 0 y 180.

Medición de ángulos

La medida de un ángulo está relacionada con la abertura que tienen los lados del ángulo. Para esto se considera la medida del ángulo en relación al giro de un rayo en torno a un Punto, que es el vértice del ángulo. Este giro se mide desde la posición del rayo, cuando los dos lados coinciden, hasta la posición final, cuando ambos lados vuelven a coincidir**.** Para medir ángulos utilizamos el grado sexagesimal (°)

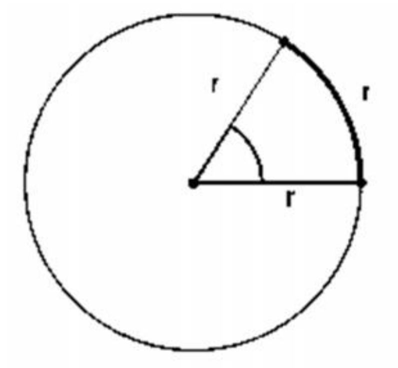
Grado sexagesimal es la amplitud del ángulo resultante de dividir la circunferencia en 360 partes iguales.

1º = 60’ = 3600’’

1’ = 60’’

Radián

Radián (rad) es la medida del ángulo central de una circunferencia cuya longitud de arco coincide con la longitud de su radio.



1 rad= 57° 17’ 44.8’’

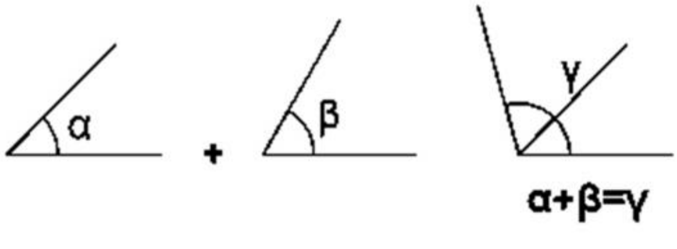
360º = 2 π rad

Actividad en clase:

- Utilizando el transportador de ángulos, mide los ángulos de la escuadra y el cartabón.
- Con la ayuda de la escuadra y el cartabón dibuja ángulos de amplitud: 75^{o}, 105^{o}, 210^{o}, 135^{o} y 225^{o}
- Comprueba las medidas con el transportador.

Suma de ángulos

Gráfica: La **suma** de dos **ángulos** es otro **ángulo** cuya **amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.**



Numérica

1º Para **sumar ángulos** se colocan los **grados** debajo de los **grados**, los **minutos** debajo de los **minutos** y los **segundos** debajo de los **segundos**; y **se suman.**

$$\begin{array}{rrrr} & 32^\circ & 24' & 48'' \\ + & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & 75^\circ & 73' & 73'' \end{array}$$

2º Si los **segundos suman más de 60**, se **divide** dicho número **entre 60**; el **resto** serán los **segundos** y el **cociente** se añadirán a los **minutos.**

$$\begin{array}{l|l} 73'' & 60 \\ \cline{2-2} 13'' & 1' \end{array}$$

$$75^\circ \quad 74' \quad 13''$$

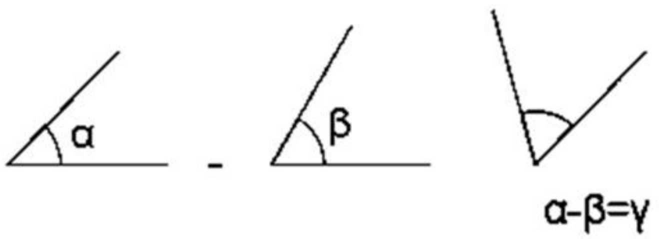
3º Se hace lo mismo para los minutos.

$$\begin{array}{l|l} 74' & 60 \\ \cline{2-2} 14' & 1^\circ \end{array}$$

$$76^\circ \quad 14' \quad 13''$$

Resta de ángulos

Gráfica: La **resta** de dos **ángulos** es otro **ángulo** cuya amplitud es **la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.**



Numérica

1º Para **restar ángulos** se colocan los **grados** debajo de los **grados**, los **minutos** debajo de los **minutos** y los **segundos** debajo de los **segundos.**

$$\begin{array}{rrrr} & 52^\circ & 23' & \boxed{18''} \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline \end{array}$$

2º Se **restan los segundos**. Caso de que no sea posible, convertimos un minuto del minuendo en 60 segundos y se lo sumamos a los segundos del minuendo. A continuación restamos los segundos.

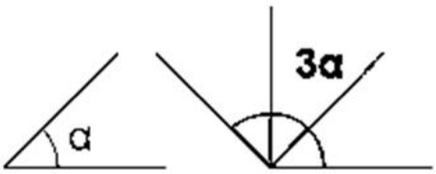
$$\begin{array}{rrrr} & 52^\circ & \boxed{22'} & 78'' \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & & & 53'' \end{array}$$

3º Hacemos lo mismo con los minutos.

$$\begin{array}{rrrr} & 51^\circ & 82' & 78'' \\ - & 43^\circ & 49' & 25'' \\ \hline & 8^\circ & 33' & 53'' \end{array}$$

Multiplicación de ángulos

Gráfica: La **multiplicación** de un **número por un ángulo** es otro **ángulo** cuya **amplitud es la suma de tantos ángulos iguales al dado como indique el número**.



Numérica

1º Multiplicamos los segundos, minutos y grados por el número.

$$\begin{array}{rrr} 32^\circ & 23' & 49'' \\ & & \times 5 \\ \hline 160^\circ & 115' & 245'' \end{array}$$

2º Si los segundos sobrepasan los 60, se divide dicho número entre 60; el resto serán los segundos y el cociente se añadirán a los minutos.

$$\begin{array}{r|l} 245'' & 60 \\ \cline{2-2} 5'' & 4' \end{array}$$

$$160^\circ \quad \boxed{119'} \quad 5''$$

3º Se hace lo mismo para los minutos.

$$\begin{array}{l|l} 119' & 60 \\ \hline 59' & 1^\circ \end{array}$$

$161^\circ \quad 59' \quad 5''$

División de ángulos

La **división de un ángulo** por un **número** es hallar otro **ángulo** tal que multiplicado por ese número da como resultado el **ángulo** original.

Numérica

Dividir 37º 48’ 25’’ entre 5

1º Se dividen los grados entre el número.

$$\begin{array}{l|l} 37^\circ & 5 \\ \hline 2 & 7^\circ \end{array}$$

2º El cociente son los grados y el resto, multiplicando por 60, los minutos.

$$\begin{array}{r|l} 37^\circ & 5 \\ \hline 2 & 7^\circ \\ \times 60 & \\ \hline 120' & \end{array}$$

3º Se añaden estos minutos a los que tenemos y se repite el mismo proceso con los minutos.

$$\begin{array}{r|l} 48 + 120' = 168' & 5 \\ \hline 18 & 33' \\ 3 & \\ \times 60 & \\ \hline 180'' & \end{array}$$

4º Se añaden estos segundos a los que tenemos y se dividen los segundos.

$$\begin{array}{r|l} 25'' + 180'' = 205'' & 5 \\ \hline 5 & 41'' \\ 0 & \end{array}$$

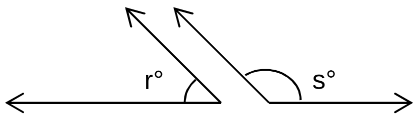
$7^\circ \quad 33' \quad 41''$

Actividad en clase: Realiza las siguientes operaciones:

1. 168º 35’ 42” + 56º 46’ 39”
2. 168º 35’ 42” - 56º 46’ 39”
3. (128° 42’ 36”) × 3
4. (132° 26’ 33”) / 3
5. (226° 40’ 36”) / 6

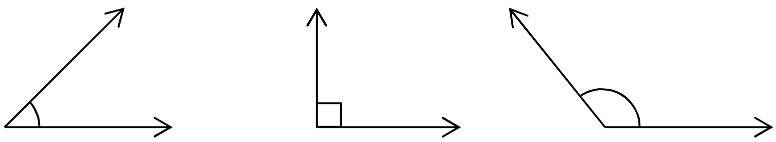
∗ Hemos de tener presente que existen otros sistemas de medidas angulares tales como el sistema centesimal y el sistema cíclico, pero el más usado en Geometría es el sistema sexagesimal.

DEFINICIÓN: Si la suma de las medidas de dos ángulos es 180º, entonces decimos que los ángulos son **suplementarios** y que cada uno es el **suplemento** del otro.



$r° + s° = 180°$

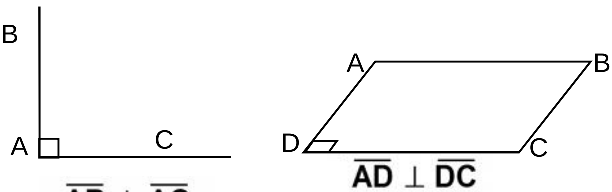
DEFINICIÓN. Un ángulo recto es un ángulo cuya medida es 90°.
Un ángulo con medida menor que 90° se llama agudo.
Un ángulo con medida mayor que 90° se llama obtuso.



Agudo Recto Obtuso

DEFINICIÓN. Si $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ forman un ángulo recto, entonces se llaman **perpendiculares** y escribimos $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

En los dibujos la perpendicularidad se representa dibujando un pequeño cuadrado o un paralelogramo en el vértice.



$\overline{AB} \perp \overline{AC}$ $\overline{AD} \perp \overline{DC}$

DEFINICIÓN. Si la suma de las medidas de dos ángulos es 90°, entonces los ángulos se llaman **complementarios** y cada uno de ellos es el **complemento** del otro.

DEFINICIÓN. Dos ángulos con la misma medida se llaman **congruentes**.

$$m\,\angle BAC = m\,\angle DEF \Leftrightarrow \angle BAC \cong \angle DEF$$

Ejemplo: Halla el ángulo complementario y el suplementario de 25° 38’ 40”

$$\begin{array}{rrrr} & 90^\circ & & \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 89^\circ & 60' & \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 89^\circ & 59' & 60'' \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline & 64^\circ & 21' & 20'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 180^\circ & & \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline \end{array}$$

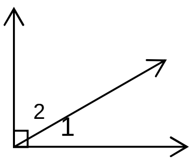
$$\begin{array}{rrrr} & 179^\circ & 60' & \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & 179^\circ & 59' & 60'' \\ - & 25^\circ & 38' & 40'' \\ \hline & 154^\circ & 21' & 20'' \end{array}$$

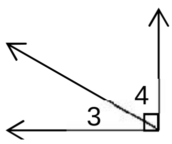

Actividad en clases:

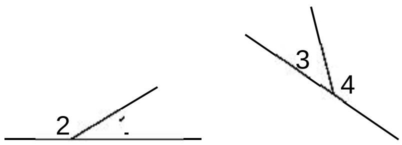
- Halla el ángulo complementario y el suplementario de 38° 36’ 43’’
- Dibuja dos ángulos consecutivos de amplitud 52° y 37° respectivamente. ¿son complementarios? ¿y suplementarios? Justifica tu repuesta.
- El suplementario de un ángulo agudo ¿qué tipo de ángulo es?
- ¿puede ser que dos ángulos agudos sean suplementarios? ¿y complementarios?
- Calcule el complemento de los ángulos de 30°, 45°, 60° y 75°.
- Calcule el suplemento de los ángulos de 120°, 135°, 150° y 165°.

TEOREMAS SOBRE CONGRUENCIA DE ÁNGULOS

1. Si dos ángulos son complementarios, entonces ambos son agudos
2. Dos ángulos rectos cualesquiera son congruentes.
3. Si dos ángulos son a la vez congruentes y suplementarios, entonces cada uno de ellos es un ángulo recto.
4. Los complementos de ángulos congruentes son congruentes.
5. Los suplementos de ángulos congruentes son congruentes.

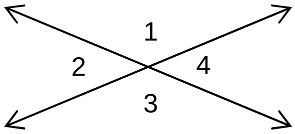






$\angle 1 \cong \angle 3 \Leftrightarrow \angle 2 \cong \angle 4$ $\qquad$ $\angle 1 \cong \angle 3 \Leftrightarrow \angle 2 \cong \angle 4$

DEFINICIÓN. Decimos que dos ángulos son **opuestos por el vértice** o que forman un **par vertical**, si sus lados forman dos pares de rayos opuestos.



$\angle 1 \cong \angle 3$ y $\angle 2 \cong \angle 4$

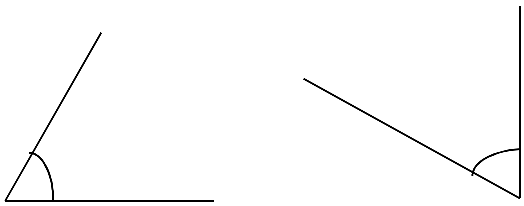
TEOREMA. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

TEOREMA: Si dos rectas que se cortan forman un ángulo recto, entonces forman cuatro ángulos rectos.

Actividad en clase.

- Use el teorema anterior para probar este teorema.

- Observa estos ángulos. ¿Cuánto mide cada ángulo? ¿Cómo son los lados de un ángulo en relación con los lados del otro?



Ejercicios:

a) Señala dos horas del día en las que el ángulo formado por las agujas del reloj sea agudo, otras dos en que sea obtuso y otras dos en que sea recto.

b) ¿Cuánto le falta a un ángulo de 54º para ser igual que un ángulo recto

c) ¿Cuánto hay que restarle a un ángulo de 147º para que se convierta en ángulo agudo?

d) Dibuja en tu cuaderno una recta y, en ella, señala dos puntos. ¿Cuántas semirrectas se forman? Coloréalas. ¿Cuántos segmentos se forman?

-.Las siguientes afirmaciones son falsas. Cópialas en tu cuaderno de forma que sean verdaderas

a) Un punto divide una línea recta en dos segmentos

b) El ángulo agudo es mayor que un ángulo recto

c) Al trazar dos semirrectas con el mismo origen se forma un ángulo

d) Un ángulo obtuso es el que mide más de 120 grados

RECTAS PARALELAS

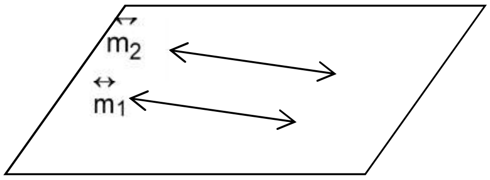
DEFINICION: Dos rectas diferentes son paralelas si

i) están en un mismo plano

ii) no se intersecan.

Notación: Escribimos $\overleftrightarrow{m_1} \,||\, \overleftrightarrow{m_2}$ para indicar que $\overleftrightarrow{m_1}$ y $\overleftrightarrow{m_2}$ son paralelas.

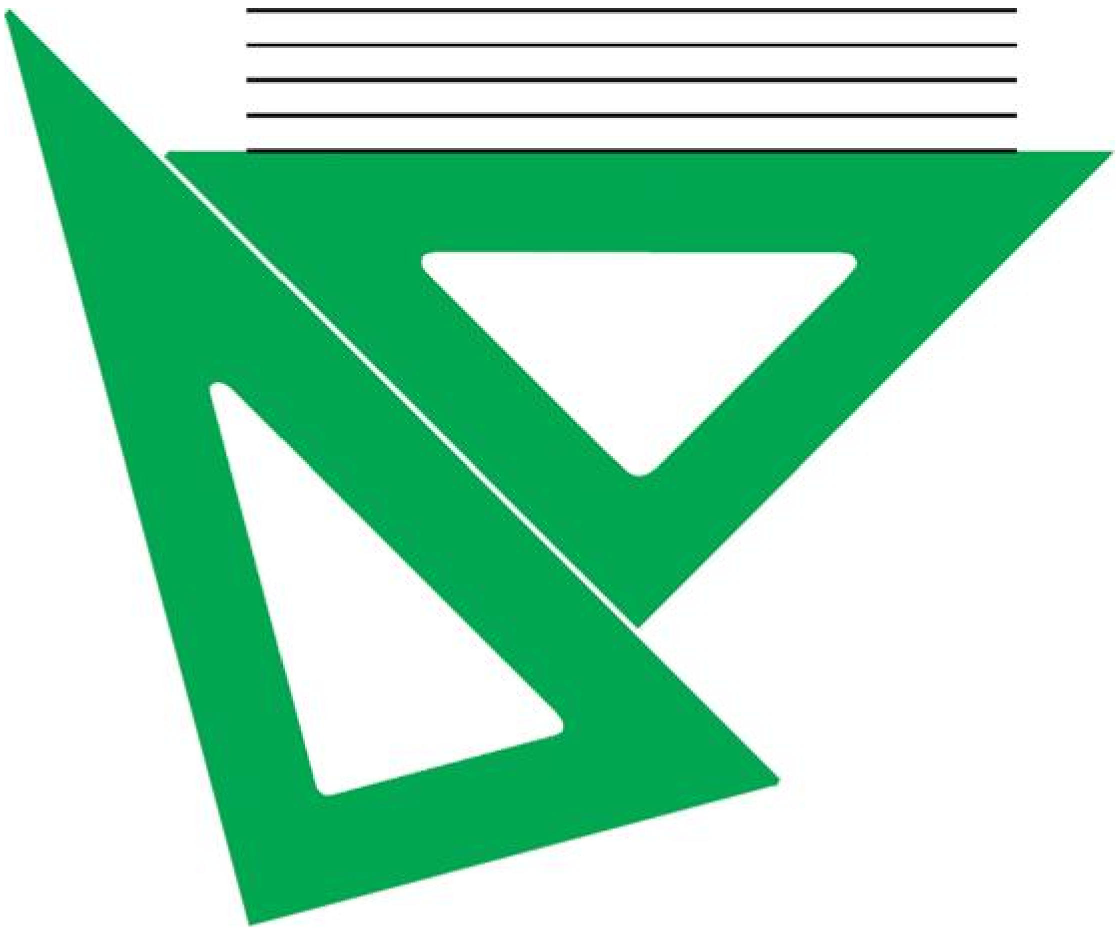
∗ Convencionalmente se considera que toda recta es paralela consigo misma.



Cómo trazar rectas paralelas y perpendiculares

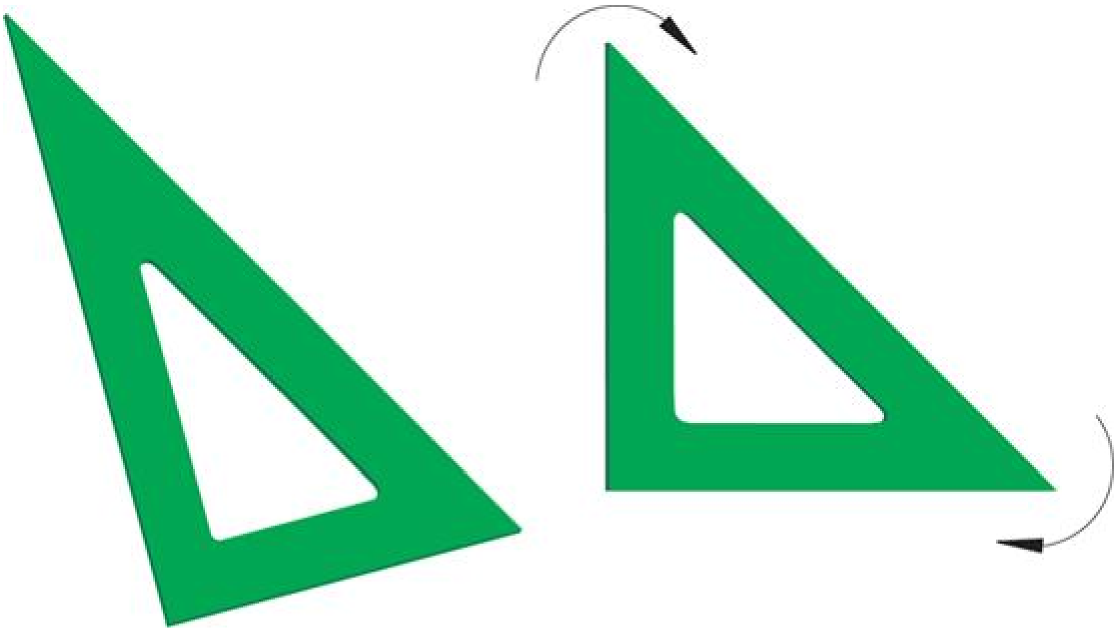
En los siguientes dibujos se explica cómo trazar paralelas y perpendiculares con la ayuda de la escuadra y del cartabón. Observemos, como muestran los dibujos, que el cartabón no se mueve durante todo el proceso.

1. . Primero se trazan varias líneas paralelas (en este caso, horizontales). Para ello solo se mueve la escuadra sobre el borde del cartabón, que permanece fijo.



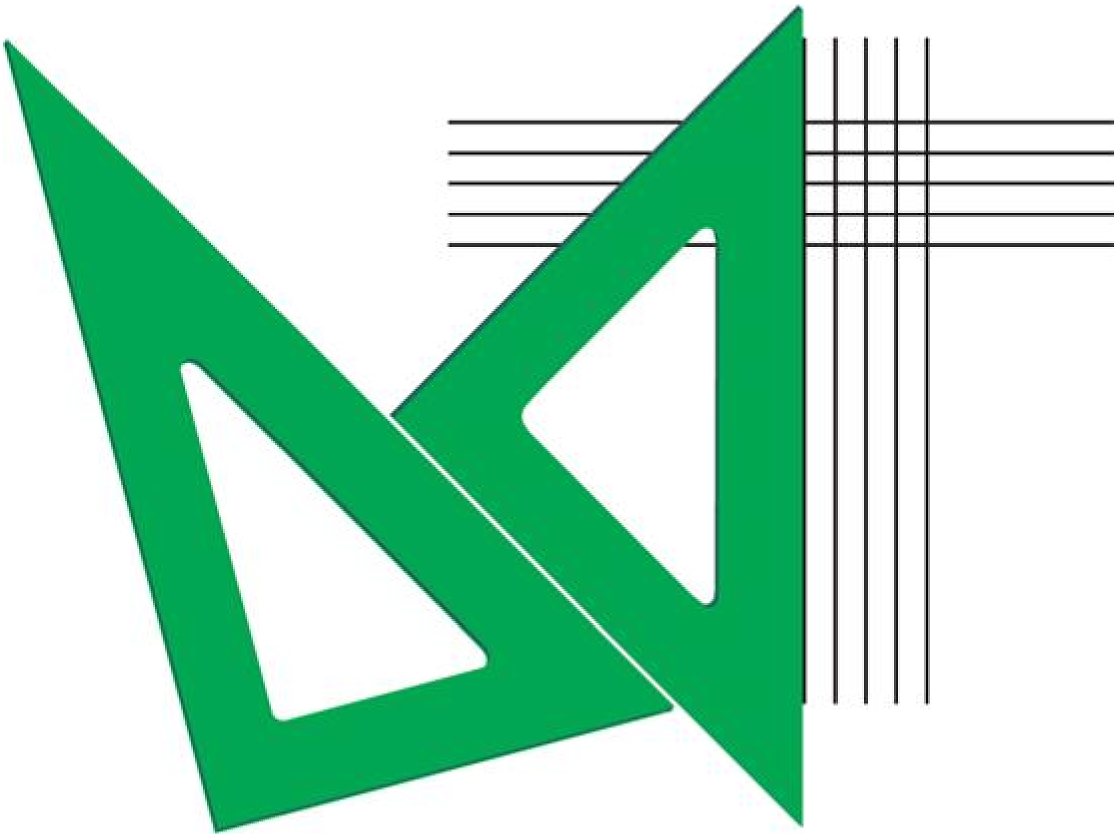
Varias líneas

1. 2. Luego se gira la escuadra, como muestra el dibujo, y se apoya de nuevo sobre el borde del cartabón, que permanece fijo.



Giro de la escuadra

1. 3. Por último se trazan las rectas perpendiculares a las anteriores (en este caso, las verticales). El cartabón sigue fijo durante todo el trazado.



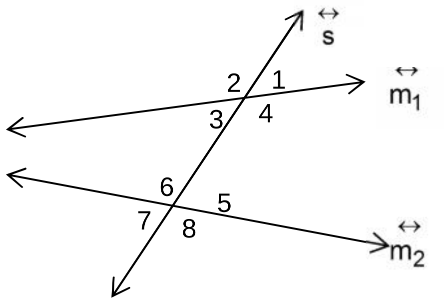
Ejercicio en clases:

1. Encuentra el centro de este segmento

2. Usando el estuche geométrico:
   a. Divida un ángulo de 60^0 en dos ángulos congruentes.
   b. Dibuje un triángulo equilátero.
   c. Dibuje un triángulo de base 5cm y altura 4cm. Analice las opciones de que el triángulo sea isósceles o rectángulo.
   d. Traza una perpendicular a un segmento en uno de sus extremos.
   e. Dibuje un hexágono regular.
   f. Trazar una paralela a un segmento en un punto sobre el segmento dado.

DEFINICIÓN: Una secante a dos rectas coplanarias es una recta que las interseca en puntos diferentes.

En los puntos de intersección de la secante con las rectas se forman ocho ángulos, y las parejas que se forman reciben nombres particulares.



ANGULOS CORRESPONDIENTES: Las parejas $\angle 1$ y $\angle 5$; $\angle 2$ y $\angle 6$; $\angle 3$ y $\angle 7$; $\angle 4$ y $\angle 8$

ANGULOS INTERNOS: Los ángulos $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ y $\angle 6$.

ANGULOS EXTERNOS: Los ángulos $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ y $\angle 8$.

ANGULOS ALTERNOS INTERNOS: Las parejas $\angle 3$ y $\angle 5$; $\angle 4$ y $\angle 6$.

ANGULOS ALTERNOS EXTERNOS: Las parejas $\angle 1$ y $\angle 7$; $\angle 2$ y $\angle 8$.

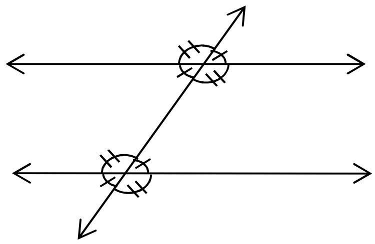
ANGULOS INTERNOS A UN MISMO LADO: Las parejas $\angle 3$ y $\angle 6$, $\angle 4$ y $\angle 5$.

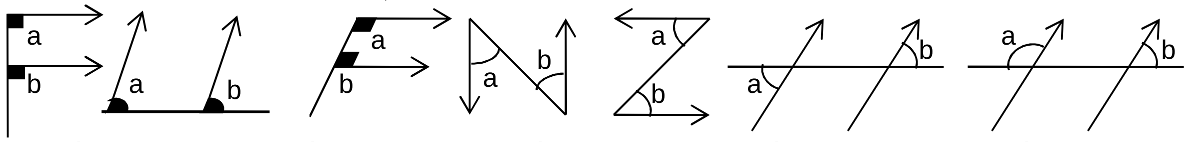
ANGULOS EXTERNOS A UN MISMO LADO: Las parejas $\angle 1$ y $\angle 8$, $\angle 2$ y $\angle 7$.

TEOREMAS SOBRE PARALELISMO

Si dos rectas paralelas son cortadas por una secante, entonces se cumplen los siguientes Teoremas:

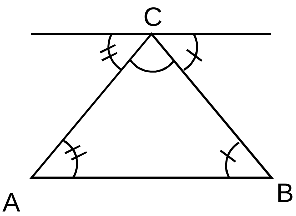
1. Los ángulos correspondientes son congruentes.
2. Los ángulos alternos internos son congruentes.
3. Los ángulos alternos externos son congruentes
4. Los ángulos internos a un mismo lado de la secante son suplementarios.
5. Los ángulos externos a un mismo lado de la secante son suplementarios.





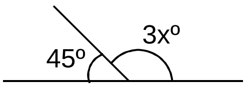
Ángulos Correspondientes	Ángulos Internos al mismo lado	Ángulos Alternos – internos	Ángulos Alternos-externos	Ángulos Externos al mismo lado
$\angle a \cong \angle b$	$m\angle a + m\angle b = 180^{o}$	$\angle a \cong \angle b$	$\angle a \cong \angle b$	$m\angle a + m\angle b = 180^{o}$

TEOREMA: La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°.



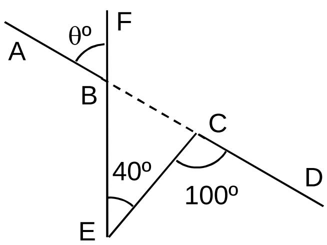
Ejemplos:

1. En la figura, a partir de la información dada determine el valor de x:



De la figura deducimos que los ángulos indicados forman un par lineal, y por tanto son suplementarios, luego:
$3x + 45 = 180 \quad \therefore 3x = 180 - 45 = 135$,
luego $x = 135 / 3 = 45$

2.



En la figura, A – B – C – D, m $\angle$ ECD = 100º, m $\angle$ BEC = 40º. Determine el valor de θ.

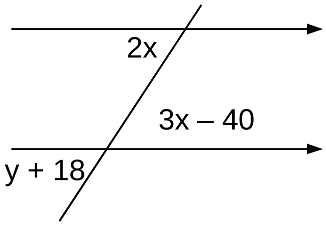
Se tiene que $\angle$BCE y $\angle$ECD forman un par lineal, luego son suplementarios:
$m\angle BCE = 180 - m\angle ECD = 180^{o} - 100^{o} = 80^{o}$ (1)

$\angle$ABF y $\angle$EBC son opuestos por el vértice, luego son congruentes:
$m\angle EBC = m\angle ABF = \theta^{o}$ (2)

$\angle$EBC, $\angle$BCE y $\angle$BEC son los ángulos internos del triángulo EBC, luego sus medidas suman 180º:

De (1), (2) y el dato sobre la medida del ángulo BEC, se tiene:
$\theta + 80 + 40 = 180$, de donde obtenemos $\theta^o = 60^o$.

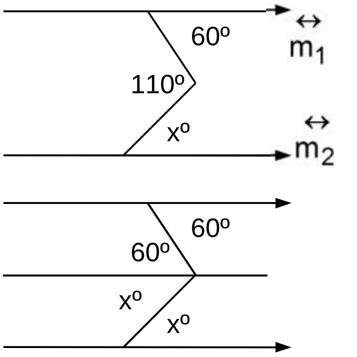
3. A continuación se presentan dos rectas paralelas y una secante que determinan ángulos cuyas medidas se indican en la figura. Determine los valores de x y y.



De la figura se deduce que los ángulos cuyas medidas son 2x y 3x – 40, forman una pareja de ángulos alternos – internos entre paralelas y por tanto son congruentes. Por otro lado los ángulos cuyas medidas son 2x y y + 18 son ángulos correspondientes entre paralelas y por tanto también son congruentes, luego:

$3x - 40 = 2x \Rightarrow x = 40$, $\quad y + 18 = 2x = 2(40) = 80 \;\therefore\; y = 80 - 18 = 62$.

4. En la figura, $\overleftrightarrow{m_1} \parallel \overleftrightarrow{m_2}$. A partir de la información dada, determine el valor de x.



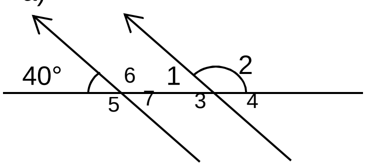
SOLUCIÓN:
Si trazamos una línea auxiliar paralela a las rectas dadas que pase por el vértice del ángulo que mide 110º, se forman ángulos alternos – internos entre paralelas con los ángulos que miden 60º y xº, luego se tiene:

$x + 60 = 110 \;\therefore\; x = 110 - 60 = 50$

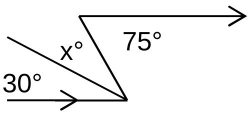
Actividad en clase:

- En la figura a) indique que ángulos son alternos internos, alternos externos, correspondientes, suplementarios y opuestos por el vértice y diga cuál es su magnitud. En la figura b) encuentre el valor del ángulo x

a)



b)



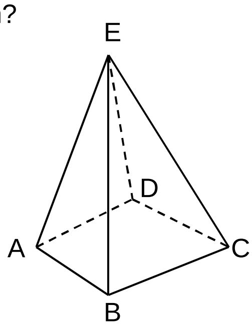
EJERCICIOS SOBRE CONCEPTOS BÁSICOS

1. ¿Cuántas rectas pasan por un punto? ¿Cuántos planos pasan por un punto?

2. ¿Cuántas rectas pasan por dos puntos? ¿Cuántos planos pasan por dos puntos?

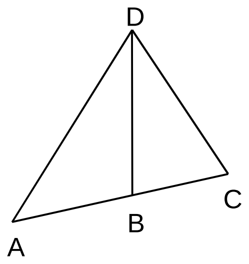
3. Dados tres puntos no colineales A, B y C. ¿cuántas rectas determinan? ¿Cuántos planos?

4. La siguiente figura representa una pirámide cuadrada.



Nombre los planos que determinan los vértices (siete planos).

5.

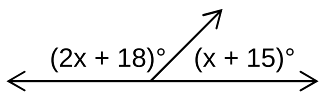


i) ¿Cuántos ángulos están determinados en la figura de la izquierda? Nómbrelos.
ii) ¿Cuántos de ellos es posible nombrarlos utilizando solamente la letra del vértice?

6. Si la medida de un ángulo es tres veces la medida de su suplemento, ¿cuál es la medida de dicho ángulo?

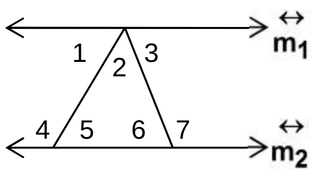
7. Encuentre la medida del ángulo cuya medida es 50° mayor que
a) su complemento
b) su suplemento.

8.



A partir de la información dada en la figura, encuentre el valor de x.

9.



Si $\overleftrightarrow{m_1} \parallel \overleftrightarrow{m_2}$, $m\angle 1 = 60°$ y $m\angle 6 = 40°$.
Encuentre las medidas de los ángulos 2, 3, 4, 5 y 7.

ÁNGULOS DE ELEVACIÓN Y DEPRESIÓN

Si se desea realizar alguna observación ya sea de objetos o puntos determinados del espacio, se utiliza dos términos muy comunes: ángulos de elevación y ángulo de depresión.
Estos ángulos son formados por dos líneas imaginarias llamadas: ***línea visual o línea de visión y la línea horizontal***. La línea de visión une el ojo de un observador con el lugar observado.
El angulo de elevación Es el ángulo vertical (agudo) formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto o punto observado se encuentra arriba de la línea horizontal.
Ángulo de depresión Es el ángulo vertical (agudo) formado por la línea horizontal y la línea visual cuan el objeto o punto observado está debajo de la línea horizontal.