SEGUNDA EDICIÓN DEL CURSO DE CAPACITACION
EN MATEMATICA
PARA PROFESORES DE PRIMARIA

MODULO IV
ESTADISTICA DESCRIPITVA

ENCUENTRO NÚMERO UNO
TECNICAS DE CONTEO.

28 DE SEPTIEMBRE DE 2014
MANAGUA
FINANCIADO POR: FUNDACIÓN UNO

<u>Introducción</u>:

Algo muy importante que los estudiantes deben tener en cuenta es una familiarización de esta con el lenguaje, lo cual se obtiene con la práctica, utilizando el lenguaje conforme se necesite. La matemática da las técnicas necesarias para resolver problemas que tienen que ver con arreglos y posibilidades en que puede ocurrir una situación o suceso, relacionado directamente a la solución de problemas como:

Determinar la ubicación en lugares de cuatro equipos que intervienen en un torneo, las maneras en que se puede elegir una directiva que contenga: Presidente, vicepresidente, tesorero y secretario. Los ejercicios que se resolverán, te permitirán aplicar nuevas formas de resolver problemas así como desarrollar la capacidad de análisis, poniendo en práctica tus conocimientos para resolver problemas o situaciones de la vida cotidiana.

<u>Principios Básicos</u>:

Uno de los conceptos matemáticos abstractos más primitivo que conocemos es el de conjunto de números principalmente el de los **Números Naturales o Enteros Positivos** $\{1, 2, 3, 4...\}$, con ellos representamos cantidades de objetos que se nos presentan en la vida cotidiana, para lo cual muchas veces es necesario utilizar técnicas que nos permitan determinar con facilidad esas cantidades.

Por ejemplo: Si nos preguntan ¿cuántos números de tres o menos cifras hay?, es fácil dar con la respuesta puesto que los números van del 0 al 999, es decir, hay 1000 números.

<u>Principio Fundamental del Conteo</u>:

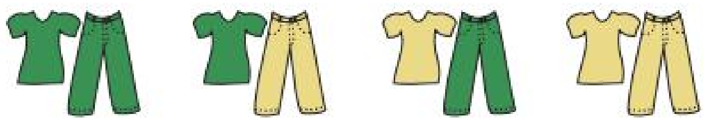
Si una tarea puede ocurrir de “m” maneras distintas, una segunda puede ocurrir de “n” maneras y una tercera de “r” maneras y así sucesivamente, entonces el número total de maneras de llevar a cabo estas tareas juntas corresponde al producto “$m \bullet n \bullet r$”.

A Marie tenía dos blusas: una verde y una crema y dos pantalones: uno verde y el otro crema. ¿De cuántas formas distintas se podía vestir?

1 Encontramos las formas posibles.

Norlan

Dibujando las blusas y los pantalones.



María

Blusa verde - Pantalón verde
Blusa verde - Pantalón crema

Blusa crema - Pantalón verde
Blusa crema - Pantalón crema

Osman

Con una tabla y usando las letras V para blusa verde, v para pantalón verde, C para blusa crema y c para pantalón crema.

Blusa \ Pantalón	v	c
V	Vv	Vc
C	Cv	Cc

Ejemplo:
Un estudiante tiene tres pares de zapatos, dos pantalones y cuatro camisas. Si elige un par de zapatos, un pantalón y una camisa al azar, ¿De cuántas maneras distintas en ese orden puede hacerlo?

Solución:
Por el Principio Fundamental del Conteo, existen $3 \bullet 2 \bullet 4 = 24$ maneras distintas de seleccionar un par de zapatos, un pantalón y una camisa.

Ejemplo:

¿Cuántas placas distintas se pueden hacer con dos letras a la izquierda y tres números a la derecha considerando 27 letras?

Solución:

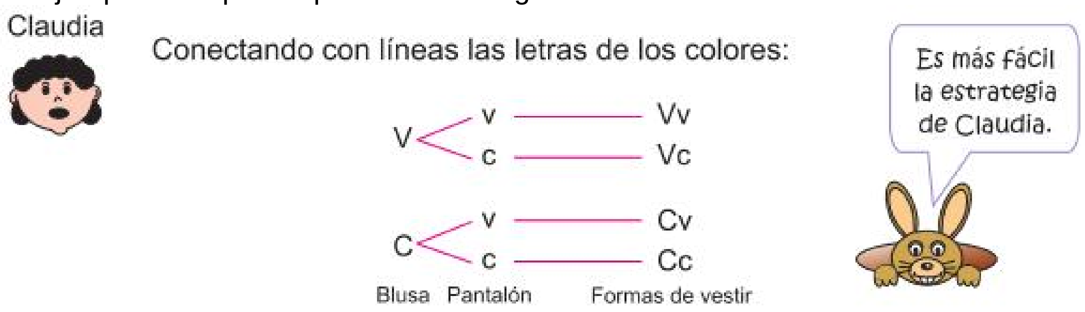
1) Hay dos posiciones para las letras y como no menciona que no se pueden repetir, por lo tanto las 27 letras pueden ocupar el primero y el segundo lugar, luego el número de letras es $27 \bullet 27 = 729$.

2) Los tres números indican que pueden ser números de tras cifras, utilizando los 10 dígitos los cuales pueden ocupar cada una, cualquiera de las tres posiciones, por lo tanto pueden combinarse de $10 \bullet 10 \bullet 10 = 1000$ maneras.

Por tanto el número de placas que se pueden hacer con esas condiciones es $729 \bullet 1000 = 729000$ placas.

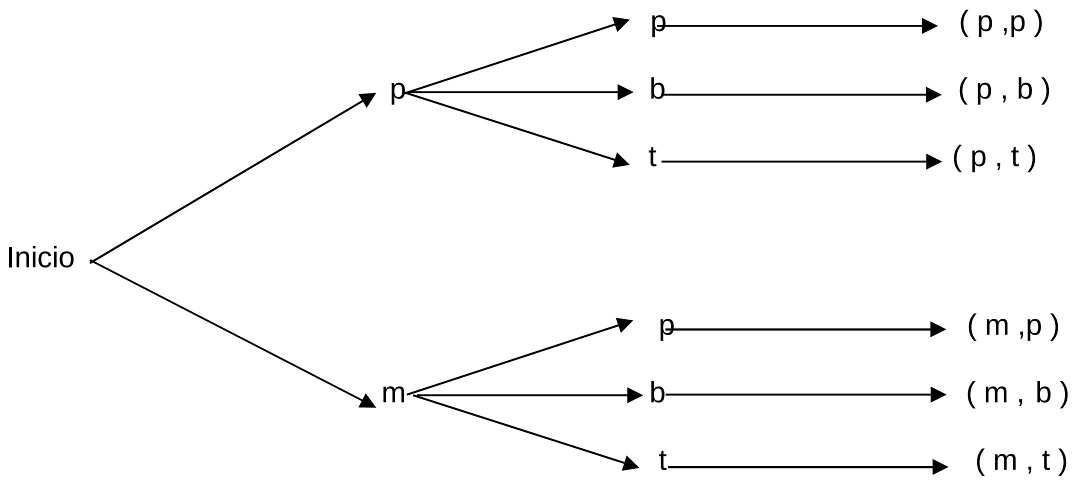
Diagrama de Árbol:

En problemas más sencillos se puede utilizar una técnica que nos permita obtener con facilidad la respuesta de estos, y es construyendo un Diagrama de Árbol. Cabe señalar que no siempre es útil esta técnica.
Por ejemplo en el primer problema el diagrama de árbol es



Por ejemplo:
En el bar de la Escuela se venden dos tipos de refrescos: piña y melón, y tres tipos de repostería: pudin, bollo dulce y torta de chocolate. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden seleccionar un refresco y una repostería en ese orden?

Solución:
el análisis consiste en pensar que cada refresco puede aparecer de dos maneras y cada repostería de tres. Esto se representa así:



Observemos que para seleccionar un refresco existen dos maneras distintas y para cada una de ellas se tienen tres maneras diferentes de seleccionar una repostería.

Ejemplo:

Retomando el ejemplo mencionado al inicio del torneo en el que intervienen cuatro equipos A, B, C y en el que van a elegir el primero, segundo y tercer lugar. ¿De cuántas maneras puede hacerse?

Resuelve tú mismo este ejercicio construyendo primero un diagrama de árbol y luego verifica el resultado aplicando el Principio Fundamental del Conteo.

Ejercicios propuestos:

1) ¿Cuántas banderas bicolores se pueden formar si se dispone de 4 lienzos de telas de 4 colores y un asta? Los colores repetidos en una misma bandera no se permiten y el orden de los colores no importa.

2) ¿Cuántos números se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4? Si no se permiten repeticiones.

3) Si en un torneo hay 4 equipos de basquetbol. Calcular el número de formas en que pueden ocuparse los tres primeros lugares, suponiendo que no se presentan empates.

4) Juana tiene 4 faldas, 6 blusas y 3 suéteres. ¿De cuántas maneras distintas se puede vestir con ellas?

5) En un determinado lugar, los números de las placas de automóviles inician con una letra del alfabeto (considere 27 letras) y tres dígitos. Calcule, ¿Cuántos números de placas se pueden obtener si?:

a) El primer digito que sigue a la letra no puede ser cero.

b) La letra no puede ser O ni I .

6) De cuántas maneras puede ordenar 1 libro de matemática, 1 de lengua y literatura y 1 de ciencias?

7) ¿Cuántas palabras (con sentido o no) pueden formarse que tengan exactamente las mismas letras de la palabra CASTO y que empiecen y terminen por vocal?

En el estudio de las técnicas de conteo existen dos principios fundamentales para la resolución de ejercicios, estos son el Principio de la Multiplicación y el Principio de la Suma. Por ejemplo si nos plantean la siguiente situación:

Supóngase que en una elección se presentan 3 mujeres y 2 hombres. ¿De cuántas maneras pueden ser elegidos un presidente y un secretario si:

a) El presidente es una mujer y el secretario un hombre.
b) El presidente es un Hombre y el secretario es una mujer.
c) El presidente y secretario deben ser del sexo opuesto.

Principio de la multiplicación:
Supóngase que un caso H puede ocurrir de h maneras y después que ha ocurrido, un segundo caso k puede ocurrir de k maneras, entonces el número de maneras en que ambos casos H y K pueden ocurrir es **h x k maneras**. Este principio se puede extender a tres o más casos.

Principio de la Suma.
Sean H y K dos casos ajenos o independientes, esto es, casos que no pueden suceder al mismo tiempo. Si H puede ocurrir de h maneras y k puede ocurrir de k maneras, entonces H o K pueden ocurrir de **h+k maneras**. Este principio se generaliza parta tres o más casos ajenos.

Para citar un ejemplo resolvamos el ejercicio planteado anteriormente:

a) En el caso de que el presidente es una mujer y el secretario un hombre,
   Para elegir a una mujer se puede hacer de 3 maneras mientras que para elegir a un hombre se puede hacer de 2 maneras por lo cual, tenemos por el principio de la multiplicación 3x2=6 maneras de elegirlos.

b) En el caso de que el presidente es un hombre y el secretario una mujer, semejante al caso anterior, tenemos por el principio de la multiplicación 2x3=6 manaras de elegirlos.

c) En el caso de que el secretario y el presidente deben ser del sexo opuesto consideramos de que el secretario sea mujer y el presidente hombre o bien que el secretario sea hombre y el presidente sea mujer, por lo tanto por el principio de la suma tenemos 3x2 + 2x3 = 6 + 6 = 12 maneras de elegirlos.

Ejemplo 2.

Una caja contiene 12 tarjetas numeradas del 1 al 12 supóngase que una tarjeta es tomada de la caja. Encuéntrese el número de maneras en que cada uno de los siguientes eventos puede ocurrir.

a) El número tomado es par.
b) El número es mayor que 9 o menor que 3.

Solución:

En el inciso a) solo existen 6 maneras de elegir una tarjeta con un numero par.
En el inciso b) existen 3 maneras de elegir un número mayor que 9 y dos maneras de elegir un número menor que tres. Por lo tanto existen 3 + 2 = 5 maneras de elegir un número mayor que 9 o menor que 3.

Ejercicios propuestos.

1.-De cuantas maneras pueden ser elegidos un presidente, un vicepresidente y un secretario de un grupo de 10 personas?

2.-Cinco caminos unen a ciudad Alegría con el pueblo Malhumorado. Empezando en ciudad Alegría.
a) ¿De cuántas maneras puede manejar Sergio al pueblo Malhumorado y volver, esto es, cuántos viajes redondos distintos puede hacer?
b) ¿Cuántos viajes redondos distintos se pueden hacer si se desea regresar por un camino diferente?

3.-Felipe tiene 2 pares de zapatos, 8 camisas y tres pares de pantalones.
¿Cuántas combinaciones diferentes puede usar?

4.- Una Pizzería ofrece 3 tipos de bebida, 10 clases de Pizza y 4 postres diferentes. ¿Cuántas comidas de tres platillos se pueden pedir?

Permutaciones:
Permutar un conjunto de objetos significa reordenarlos. Así, una permutación de un conjunto de objetos es un arreglo ordenado de esos objetos. Si consideramos el conjunto de letras de la palabra AMOR como un ejemplo, imaginemos que esas 4 letras están impresas en pequeñas tarjetas a modo que se puedan colocar como se quiera. Entonces se pueden formar palabras como: MORA, OMAR, RAMO, algunas de las cuales no están en el diccionario pero todas son palabras perfectamente correctas desde este punto de vista. ¿Cuántas palabras 4 letras (tengan sentido o no) se pueden formar con las letras de la palabra AMOR, esto es, cuantas permutaciones de 4 objetos hay?
Consideremos esto como el problema de llenar 4 casilleros,

Se puede llenar el primer casillero de 4 maneras. Habiendo hecho esto, se puede llenar el segundo casillero de 3 maneras, el tercero de 2 maneras y así sucesivamente. Por el principio de la multiplicación, se pueden llenar los 4 casilleros de 4 x 3 x 2 x 1 = 24 maneras.

La expresión anterior 4x3x2x1=4! (se lee 4 factorial). En general el símbolo n! (se lee n factorial) también se utiliza para este producto.
Así

$$ {}_5P_5 = 5! = 5x4x3x2x1 = 120 $$
$$ {}_4P_4 = 4! = 4x3x2x1 = 24 $$

¿Qué pasa si se quieren formar códigos de tres letras con la palabra AMOR?, palabras como AMO, ARO, ROA?. ¿Cuántas de esas palabras se pueden hacer?. En este caso el problema consistiría en llenar casilleros de tres letras con las 4 disponibles.

Consideremos el problema general correspondiente. Supóngase que de “n” objetos distinguibles se seleccionan “r” de ellos y se ordenan en hilera. Al arreglo resultante se le llama una permutación de “n” cosas tomadas de “r en r”. El número de tales permutaciones se le denota P_r^n 0 ${}_nP_r$.

Así

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

$${}_6P_6=6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1=720$$
$${}_8P_2=8 \times 7=56$$

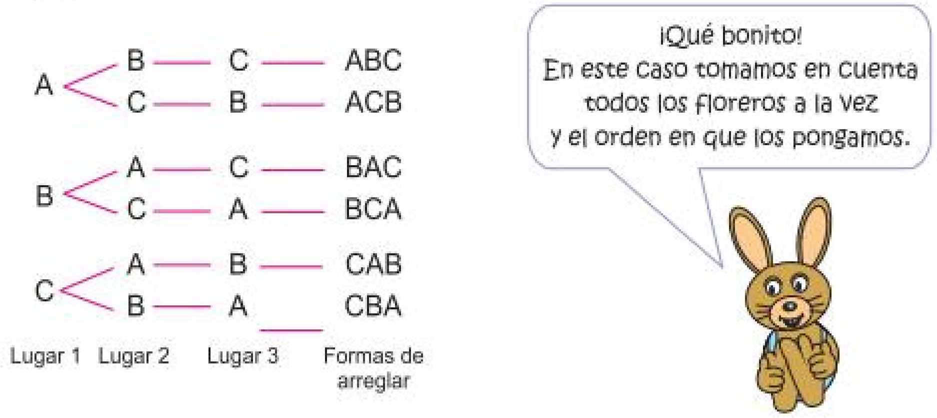
Y en general

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\,.\,.\,.\,(n-(r-2))(n-(r-1))\,.$$

Permutación. Definición:
Una permutación de “n” elementos, tomados “r” a la vez (o tomados de r en r), es la acomodación, sin repeticiones, de “r” de los “n” elementos. El número de permutaciones de “n” elementos, tomados “r” a la vez, se denota por ${}_nP_r$.

En la casa de Julio hay tres floreros A, B y C, para 3 lugares distintos de la sala.
¿De cuántas formas distintas puede arreglar la sala poniendo un florero en cada lugar?

Podemos usar también un diagrama de árbol para encontrar las formas de arreglar.



Ejemplo:
¿Cuántos números de tres dígitos son posibles con los 5 números impares, si no se permiten repeticiones de ningún número?

Solución:
Dado que hemos tomado 3 de los 5 elementos, sin repeticiones y en todos los órdenes posibles podemos afirmar que la solución está dada por $5P_3$.

Es decir, ${}_5P_3$=5x4x3=60 números de tres dígitos.

Observemos que ${}_5P_3$ = 5 x 4 x3 tiene tres factores. Se comienza con el 5 y se continúa con cada factor sucesivo, disminuyendo de 1 en 1. En general, para obtener ${}_nP_r$, habrá “r” factores, empezando con “n” de la manera siguiente:

$${}_nP_r = n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)...\,(n-(r-1))$$
$$= n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)...\,(n-r+1)\,.$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo: Calcula el valor de ${}_7P_4$ usando cada una de las formulas obtenidas para ${}_nP_r$.

Usando ${}_nP_r$ = n(n-1)(n-2) . . . (n-r+1), obtenemos :

${}_7P_4$=7 x 6 x 5 x 4=840

Usando ${}_nP_r = \frac{n!}{\left(n-r\right)!}$, obtenemos:

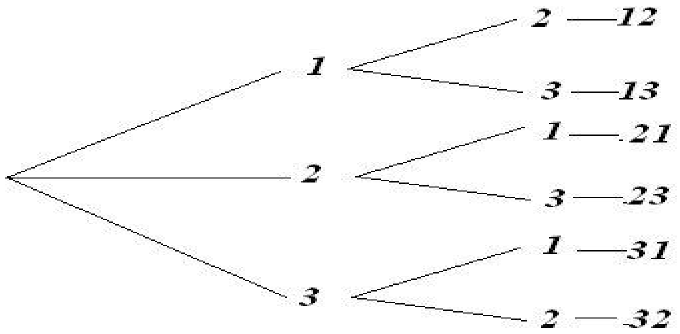
${}_7P_4 = \frac{7!}{3!} = \frac{7•6•5•4•3!}{3!}$ =840

Ejemplo: Una cooperativa tiene 10 miembros, que desean elegir una mesa directiva consistente en un presidente, un vicepresidente y un secretario-tesorero. ¿Cuántas mesas directivas son posibles?

${}_{10}P_3 = \frac{10!}{7!} = \frac{10*9*8*7!}{7!}$ =720.

VARIACIONES:
Las variaciones son otro tipo de permutación cuya aplicación resulta muy sencilla tomando en consideración el principio fundamental del conteo fundamentalmente. Veamos su definición.

Llamamos variaciones a los distintos grupos de elementos que podemos formar tomados de ***n*** en ***n*** de un total de ***m*** elementos.
Ejemplo: ¿Cuántos grupos de 2 cifras (***n***) podemos formar con las tres primeras cifras de números naturales (***m***)?
Sirviéndonos de un diagrama de árbol podemos hacer lo siguiente:



Los grupos de 2 elementos son: 12, 13, 21, 23, 31 y 32
Vemos que con 3 cifras podemos formar 6 números diferentes de dos cifras.
Con $m = \{a, b, c, d, e\}$ tomados de 3 en 3, es decir, $n = 3$ ¿cuántos grupos diferentes o variaciones puedo hacer?

1	abc	bac	Cab	Dab	eab
2	abd	bad	Cad	Dac	eac
3	abe	bae	Cae	Dae	ead
4	acb	Bca	Cba	Dba	eba
5	acd	bcd	Cbd	Dbc	ebc
6	ace	Bce	Cbe	Dbe	ebd
7	adb	bda	Cda	Dca	eca
8	adc	bdc	Cdb	Dcb	ecb
9	ade	bde	Cde	Dce	ecd
10	acb	Bca	Cca	Dca	eda
11	aec	Bec	Ceb	Deb	edb
12	aed	bed	Ced	Dec	edc

Compruebo que puedo hacer 60 variaciones.

Dirás con toda razón que hacer un trabajo de éstos lleva mucho tiempo y que siempre estás corriendo el riesgo de cometer equivocaciones. Tienes razón, lo que sucede es que casi nunca nos interesa ver los grupos que se pueden formar sino ***<u>cuántos</u>*** se pueden hacer.
Por simple observación comprobamos en el primer ejemplo que con 3 elementos tomados de 2 en 2 hemos formado 6 grupos. Es decir, con $m=3\, y\; n=2$ hemos obtenido 6 variaciones.
Si al valor de ***m*** (m=3) multiplicas por el ***siguiente valor inferior a él*** **<u>en una unidad</u>** (m-1) que es n=2, y el número de factores es igual al valor de ***<u>n</u>*** (dos factores) las Variaciones de 3 elementos tomados de dos en dos es $=3x2=6$

Esto se escribe:
$V_2^3 = 3(3-1) = 3x2 = 6$

También podemos escribir:
$V_n^m = m(m-1)(m-2)...(m-n+1)$
Que es el producto de n factores iniciando desde m y decreciendo de uno en uno hasta tener los n factores
Ejemplos
1.- Con las cifras $\{1,2,3,4\}$ ¿cuántos números de 3 cifras puedo formar?

***Respuesta*:** $V_3^4 = 4x3x2 = 24$ **números diferentes.**

$$\textit{Variaciones de 4 elementos de orden 3} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$
$$V_4^3 = 4(4-1)(4-2) = 4\times 3\times 2 = 24$$

2.- Con las 5 (***m***) primeras letras del alfabeto ¿cuántas palabras de 3(***n***) letras puedo formar? ***Respuesta*: 60**

Solución: los valores de m y n son $m=5\ y\ n=3$, por tanto
$V_3^5 = 5x4x3 = 60$

En estos tres ejemplos puedes ver que el número de elementos (***m***) es el primer factor, cada uno de los que le siguen van decreciendo de unidad en unidad. En último factor observamos que el valor ***que se le resta*** a ***m*** equivale al valor de ***n menos 1***.

VARIACIONES CON REPETICIÓN (VR)
Se trata de variaciones de ***m*** elementos de orden ***n*** en las que los grupos se diferencian uno de otro, en tener un elemento distinto o en el orden de colocación pero

que podamos repetir los elementos, por ejemplo:

aab aba baa

son grupos diferentes porque se diferencian en el orden de colocación de sus elementos.
Si tomamos las cinco vocales de dos en dos veamos cuantas variaciones con repetición podemos hacer:

	A	E	I	O	U
1	aa	ea	ia	Oa	ua
2	ae	ee	ie	Oe	ue
3	ai	ei	ii	Oi	ui
4	ao	eo	io	Oo	uo
5	au	eu	iu	Ou	uu

5,-Si tenemos unos cartones, cada uno con una vocal, podemos extraer dos veces la misma vocal.
Cada grupo ves que se diferencia en tener un elemento distinto o en el orden de colocación. Por cada vocal conseguimos 5 grupos de 2 vocales cada grupo. Los grupos que podemos obtener en el caso de $VR_2^5 = 5x5 = 25$

Los grupos que podemos obtener en el caso de VR_3^5 son los siguientes:

	A	E	I	O	U
1	aaa	eaa	iaa	oaa	Uaa
2	aae	eae	iae	oae	Uae
3	aai	eai	iai	oai	Uai
4	aao	eao	iao	oao	Uao
5	aau	eau	iau	oau	Uau
6	aea	eea	iea	oea	Uea
7	aee	eee	iee	oee	Uee
8	aei	eei	iei	oei	Uei
9	aeo	eeo	ieo	oeo	Ueo
10	aeu	eeu	ieu	oeu	Ueu
11	aia	eia	iia	oia	Uia
12	aie	eie	iie	oie	Uie
13	aii	eii	iii	oii	Uii
14	aio	eio	iio	oio	Uio
15	aiu	eiu	iiu	oiu	Uiu
16	aoa	eoa	ioa	ooa	Uoa
17	aoe	eoe	ioe	ooe	Uoe
18	aoi	eoi	ioi	ooi	Uoi
19	aoo	eoo	ioo	ooo	Uoo
20	aou	eou	iou	oou	Uou
21	aua	eua	iua	oua	Uua
22	aue	eue	iue	oue	Uue
23	aui	eui	iui	oui	Uui
24	auo	euo	iuo	ouo	Uuo
25	auu	euu	iuu	ouu	Uuu

El escribir todos los grupos es una tarea un poco más complicada que en el caso anterior.
Por cada letra hemos conseguido 25 variaciones, luego el total de grupos de 3 elementos es 25x5= 125:

$VR_3^5 = 25x5 = 125$

Observa si las 5 vocales las agrupamos de 4 en 4:
El total de grupos vemos que son 125x5= 625 variaciones con repetición:

En los problemas, casi siempre, te van a preguntar el número de variaciones no cuales son.
La resolución es muy simple. Fíjate bien :Hemos calculado que

$VR_2^5 = 25 = 5^2$

$VR_3^5 = 125 = 5^3$

$VR_4^5 = 625 = 5^4$

Es decir $VR_n^m = m^n$

Ejemplo Con las letras de la palabra FACTOR,

a) ¿Cuántas palabras de tres letras se pueden formar si no se permiten repeticiones?
b) ¿Cuántas palabras distintas de tres letras se pueden formar, si se permiten repeticiones?

c) ¿Cuántas son las palabras diferentes que se pueden formar, sin repeticiones y con la letra “O” en el centro?

d) ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar, sin repeticiones y con la R como letra inicial?

e) ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar, sin repeticiones, que tengan la A y la O al principio y al final?
f) Si se permiten repeticiones, ¿Cuántas palabras deferentes se pueden formar con la F en el centro?

Permutaciones con repeticiones o distinguibles:

Si en un conjunto de “n” objetos, “r” de ellos son iguales y el resto de los objetos son diferentes entre sí y también diferentes respecto a los “r” objetos, entonces el número de permutaciones distinguibles de los “n” objetos es: $\frac{n!}{r!}$.

Ejemplo 1: Si tenemos 6 lápices; 3 rojos, 2 azules y 1 negro. Determinar el número de arreglos que podemos hacer con estos lápices.

Solución:
Consideremos arreglos como: RA, RA, RN.
Hay tres arreglos de lápices rojos que no afectan los arreglos de colores.
Hay dos arreglos de lápices azules que no afectan los arreglos de colores.
Hay un arreglo de lápices negros que no afecta los arreglos de colores.

En total tendremos: 3!*2!*1! Arreglos de lápices que no producen permutaciones distinguibles.
Si N representa el número de permutaciones distinguibles de los objetos y teniendo en cuenta que si los objetos fueran todos diferentes el número de permutaciones seria 6!
Entonces el número de permutaciones distinguibles estaría dado por:

$$N = \frac{6!}{3!*2!*1!} = \frac{6*5*4*\cancel{3!}}{\cancel{3!*2*1}} = 60 \quad arreglos \quad posibles.$$

Ejemplo 2: ¿Cuántas señales diferentes se pueden hacer con 8 banderas, utilizando 4 banderas blancas, 3 banderas rojas y 1 bandera azul?

Solución:
Aplicando la expresión anterior tenemos:

$$\frac{8!}{4!*3!*1!} = \frac{8*7*6*5*\cancel{4!}}{\cancel{4!}*3!*1!} = \frac{8*7*6*5}{3*2} = 280 \; señales \;\; diferentes.$$

3: ¿De cuantas maneras distintas pueden colocarse en línea nueve bolas de las que 4 son blancas, 3 son amarillas y 2 azules?

Solución: En este caso el orden importa por ser de distinto color, pero hay bolas del mismo color (están repetidas), y además n=m, es decir, colocamos 9 bolas en línea y tenemos 9 bolas para colocar. Por tanto tenemos:

$p_9^{4,3,2} = \frac{9!}{4!*3!*2!} = \frac{9*8*7*6*5*\cancel{4!}}{\cancel{4!}*3!*2!} = \frac{9*\cancel{8}*7*\cancel{6}*5}{\cancel{3}*\cancel{2}*\cancel{2}} = 9*4*7*5 = 1260.$ arreglos diferentes.

Ejemplo 4: Encuentre el número de palabras de siete letras que pueden formarse utilizando las letras de la palabra “BENZENE”.

Solución: Se busca el número de permutaciones de siete objetos de los cuales tres son iguales, las letras E, y otros dos también son iguales, las letras N, por lo tanto tenemos:

$P_7^{3,2} = \frac{7!}{3!\bullet 2!} = \frac{7\bullet 6\bullet 5\bullet 4\bullet 3!}{3!\bullet 2\bullet 1} = 7\bullet 6\bullet 5\bullet 2 = 420$ Permutaciones.

<u>**EJERCICIOS PROPUESTOS:**</u>

1.- ¿Cuántos códigos de tres letras pueden formarse usando las letras A, B, C, D? si:
a) Se permiten repeticiones
b) No se permiten repeticiones.

2.- ¿Cuántas palabras diferentes pueden construirse usando todas las letras de la palabra CORRER?

3.- ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con todas las letras de la palabra BARRILETE?

4.- Encuentre el número de formas en que 9 juguetes pueden dividirse entre 4 niños si el más joven debe recibir tres juguetes y cada uno de los demás, 2 juguetes.

5.- Encuentre el número de maneras distintas que se pueden ordenar un librero si se tienen 4 libros de matemáticas, 4 de lengua y literatura y 3 de ciencias naturales.

Combinaciones

Se llama **combinaciones de m elementos tomados de n en n (m ≥ n)** a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que, n**o** entran todos los elementos, n**o** importa el orden y no se repiten los elementos. Las **combinaciones** se denotan por C_n^m

$$C_n^m = \frac{V_n^m}{p_n}$$

También podemos calcular las **combinaciones** mediante **factoriales**:

$$C_n^m = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Ejemplos

1. Calcular **el número de combinaciones** de 10 elementos tomados de 4 en 4.
   $C_4^{10} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10x9x8x7x6!}{4!x6!} = 210$
2. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?
   Es claro ver que en este problema no entran todos los elementos, no importa el orden: Juan, Ana y no se repiten los elementos.
   $C_3^{35} = \frac{35!}{3!(35-3)!} = \frac{35x32x33x32!}{3!x32!} = 6545$

Ejercicios:

1. De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de tres en tres?
2. A una reunión asisten 10 personas y se intercambian saludos entre todos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?
3. En una bodega hay en un cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?
4. ¿Cuántas diagonales tiene un pentágono y cuántos triángulos se puede informar con sus vértices?
5. Un grupo, compuesto por cinco hombres y siete mujeres, forma un comité de 5 hombres y 3 mujeres. De cuántas formas puede formarse, si:

- Puede pertenecer a él cualquier hombre o mujer.
- Una mujer determinada debe pertenecer al comité.
- Dos hombres determinados no pueden estar en el comité.

2