Formulario de Geometría Analítica

1. El Punto

1.1. Distancia entre dos puntos

Sean $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ dos puntos en el plano. La distancia d entre ambos está dada por la ecuación:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

1.2. Punto medio:

Sean $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ dos puntos y un punto $M(x_M, y_M)$, el cual está exactamente entre A y B (punto medio del segmento), entonces las coordenadas del punto M son:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

1.3. Razón de división de un segmento

Sean $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ dos puntos y un punto $C(x_r, y_r)$ alineado con ellos, el cual divide al segmento AB en la razón r, entonces, las coordenadas del punto C son:

$$x_r = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \qquad y_r = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r}$$

**Nota:* Si la razón es negativa, el punto C es exterior al segmento, si la razón es positiva, el punto C es interior al segmento.*

1.4. Pendiente de un segmento

Sean $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ dos puntos. La pendiente del segmento AB está dada por la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

2. Rectas en el plano

2.1. Ecuación de la recta: Punto - Pendiente

Si una recta pasa por el punto $P(x_0, y_0)$ y tiene una pendiente m, entonces su ecuación se describe por:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Formulario de Geometría Analítica

2.2. Ecuación de la recta: Punto - Punto

Si una recta pasa por los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, entonces su ecuación se describe por:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

2.3. Ecuación de la recta: Pendiente - Intercepto con el eje Y

Si una recta corta al eje Y en el punto $(0, b)$ y su pendiente es m, entonces su ecuación se describe por:

$$y = mx + b$$

2.4. Ecuación de la recta: Simétrica

Si una recta corta al eje X en el punto $(a, 0)$ y al eje Y en el punto $(0, b)$, entonces su ecuación se describe por:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

2.5. Ecuación General de la recta

Toda recta se reduce en su forma general a la ecuación:

$$Ax + By + C = 0$$

donde la pendiente de la recta se puede calcular como: $m = \frac{-A}{B}$, el intercepto en el eje X es el punto $(\frac{-C}{A}, 0)$ y el intercepto en el eje Y es el punto $(0, \frac{-C}{B})$.

2.6. Criterios de paralelismo y perpendicularidad

2.6.1. Rectas paralelas

Si una recta L_1 tiene por pendiente m_1 y una recta L_2 tiene por pendiente m_2 entonces $L_1 || L_2$ si $m_1 = m_2$.

2.6.2. Rectas perpendiculares

Si una recta L_1 tiene por pendiente m_1 y una recta L_2 tiene por pendiente m_2 entonces $L_1 \perp L_2$ si $m_1 \cdot m_2 = -1$.

Formulario de Geometría Analítica

2.7. Distancia de un punto a una recta

Sea un punto $P(x_0, y_0)$ y una recta $L : Ax + By + C = 0$, entonces la distancia del punto P a la recta L está dada por:

$$d(P_0, L) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2.8. Distancia entre rectas paralelas

Sean las rectas $L_1 : Ax + By + C_1$ y $L_2 : Ax + By + C_2$ tal que $L_1 || L_2$ entonces la distancia entre ambas rectas es:

$$d(L_1, L_2) = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

2.9. Ángulo entre dos rectas que se cortan

Si dos rectas L_1 y L_2 se cortan formando un ángulo θ, la medida de ese ángulo será:

$$\theta = tan^{-1}(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1})$$

**Nota: Si el resultado final es negativo, considerar el ángulo como positivo.*

Formulario de Geometría Analítica

3. Cónicas

3.1. Circunferencia

3.1.1. Ecuación de la circunferencia con centro $C(h, k)$ y radio r

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

3.1.2. Ecuación General de la circunferencia

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

de donde si:

- Si $\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F > 0$ (positivo), entonces $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ es una circunferencia con centro $C(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2})$ y radio $r = \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F}$
- Si $\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F = 0$, entonces $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ es un punto (dado que $r = 0$) con coordenadas $(\frac{-D}{2}, \frac{-E}{2})$
- Si $\frac{D^2}{4} + \frac{E^2}{4} - F < 0$ (negativo), entonces $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ no es una circunferencia

3.2. Parábola

Ecuación	Vértice	Foco	Directriz	Eje de simetría	La gráfica se abre hacia
$x^2 = 4py$	$(0, 0)$	$(0, p)$	$y = -p$	Eje Y $(x = 0)$	Arriba si $p > 0$ Abajo si $p < 0$
$y^2 = 4px$	$(0, 0)$	$(p, 0)$	$x = -p$	Eje X $(y = 0)$	Derecha si $p > 0$ Izquierda si $p < 0$
$(x-h)^2 = 4p(y-k)$	(h, k)	$(h, k+p)$	$y = k - p$	Paralelo al eje Y $(x = h)$	Arriba si $p > 0$ Abajo si $p < 0$
$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	(h, k)	$(h+p, k)$	$x = h - p$	Paralelo al eje X $(y = k)$	Derecha si $p > 0$ Izquierda si $p < 0$

Importante recordar que:

1. La longitud del Lado Recto de la parábola es: $Lr = |4p|$
2. $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ es una parábola vertical con ecuación $y = ax^2 + bx + c$ de donde el centro (h, k) se obtiene de $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f(h) = c - \frac{b^2}{4a}$
3. $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ es una parábola horizontal con ecuación $x = Ay^2 + By + C$ de donde el centro (h, k) se obtiene de $k = \frac{-B}{2A}$ y $h = f(k) = C - \frac{B^2}{4A}$

3.3. Elipse

Ecuación	Centro	Focos	Extremos del eje mayor	Extremos del eje menor	Directrices
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$(0,0)$	$(\pm c,0)$	$(\pm a,0)$	$(0,\pm b)$	$x=\pm\frac{a}{e}$
$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$	$(0,0)$	$(0,\pm c)$	$(0,\pm a)$	$(\pm b,0)$	$y=\pm\frac{a}{e}$
$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	(h,k)	$(h\pm c,k)$	$(h\pm a,k)$	$(h,k\pm b)$	$x=h\pm\frac{a}{e}$
$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$	(h,k)	$(h,k\pm c)$	$(h,k\pm a)$	$(h\pm b,k)$	$y=k\pm\frac{a}{e}$

Importante recordar que:

1. En todos los anteriores casos se cumple que: $c^2=a^2-b^2$
2. En general el valor de a es mayor que el de b y es quien me determina si la elipse es horizontal o vertical
3. El Lado Recto es $Lr=\frac{2b^2}{a}$ y la Excentricidad es $e=\frac{c}{a}$

3.4. Hipérbola

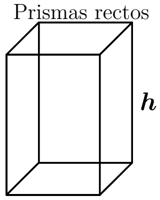
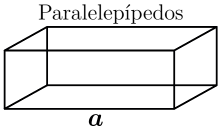
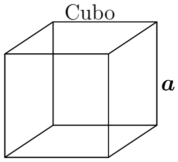
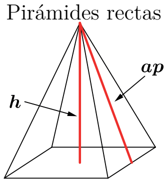
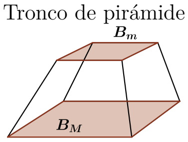
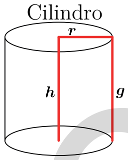
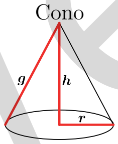
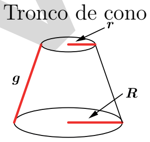
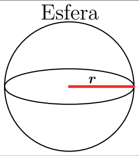
Ecuación	Centro	Focos	Vértices	Extremos del eje conjugado	Directrices	Asíntotas
$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$(0,0)$	$(\pm c,0)$	$(\pm a,0)$	$(0,\pm b)$	$x=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{bx}{a}$
$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$	$(0,0)$	$(0,\pm c)$	$(0,\pm a)$	$(\pm b,0)$	$y=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{ax}{b}$
$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	(h,k)	$(h\pm c,k)$	$(h\pm a,k)$	$(h,k\pm b)$	$x=h\pm\frac{a}{e}$	$y=k\pm\frac{b}{a}(x-h)$
$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$	(h,k)	$(h,k\pm c)$	$(h,k\pm a)$	$(h\pm b,k)$	$y=k\pm\frac{a}{e}$	$y=k\pm\frac{a}{b}(x-h)$

Importante recordar que:

1. En todos los anteriores casos se cumple que: $c^2=a^2+b^2$
2. En general el orden de la diferencia de los términos al cuadrado es quien me determina si la hipérbola es horizontal o vertical
3. El Lado Recto es $Lr=\frac{2b^2}{a}$ y la Excentricidad es $e=\frac{c}{a}$

Formulario de Geometría Analítica

4. Cuerpos Sólidos

Cuerpos	Área Total (A_T)	Área Lateral (A_L)	Área de base(s) (A_B)	Volumen (V)
Prismas rectos 	$A_T = A_L + 2A_B$	$A_L = P_B \cdot h$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} \ (1) \\ l^2 \ (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} \ (3) \end{cases}$	$V = A_B \cdot h$
Paralelepípedos 	$A_T = 2(ab + ac + bc)$	$A_L = 2(ac + bc)$	$A_B = 2ab$	$V = abc$
Cubo 	$A_T = 6a^2$	$A_L = 4a^2$	$A_B = 2a^2$	$V = a^3$
Pirámides rectas 	$A_T = A_L + A_B$	$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} \ (1) \\ l^2 \ (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} \ (3) \end{cases}$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$
Tronco de pirámide 	$A_T = A_L + A_{BM} + A_{Bm}$	$A_L = \frac{(B+b) \cdot a}{2} \cdot n$	$A_B =$ que en la pirámide	
Cilindro 	$A_T = A_L + 2A_B$ $A_T = 2\pi r(g + 2r)$	$A_L = 2\pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \pi r^2 \cdot h$
Cono 	$A_T = A_L + A_B$ $A_T = \pi r(g + r)$	$A_L = \pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
Tronco de cono 	$A_T = \pi[g(R + r) + (R^2 + r^2)]$	$A_L = \pi g(R + r)$	$A_{BM} = \pi R^2$ $A_{Bm} = \pi r^2$	
Esfera 	$A = 4\pi r^2$			$V = \frac{4}{3} \pi r^3$