



ENCUENTRO # 7

TEMA: Propiedades de las potencias

CONTENIDOS:

1. Potenciación. Cálculo de potencias.
2. Propiedades de las potencias de exponente entero.
3. notación científica.

DESARROLLO

Ejercicio Reto

1. Cuatro personas juntaron sus ahorros para abrir un negocio aportando el 15%, 20%, 25% y 40%, respectivamente, del monto total. Si la menor aportación fue de C\$9000, la de mayor aportación fue de:
A)10500 B)12000 C)24000 D)60000 E)55000
2. Una epidemia mató los $\frac{5}{8}$ de las reses de un ganadero y el vendió los $\frac{2}{3}$ de las que quedaban. Si aún tiene 216 reses. ¿Cuántas tenía al principio, cuántas murieron y cuántas vendió?
A)1600, 950, 220 B)1728, 1080, 243 C)1539, 1080,243 D)1600, 84, 1300
E)1728, 950, 1300

Potenciación

Es la operación en la cual la cantidad llamada base se debe multiplicar por ella misma las veces que lo indique el exponente. De lo anterior se define:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots}_{n\text{-veces}}$, donde a es la base de la potencia y n el exponente.

Ejemplo 1.1.

Calcula 7^2

Solución

Al ser el exponente 2, la base 7 se debe multiplicar 2 veces ella misma: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$



Ejemplo 1.2.

¿Cuál es el resultado de calcular $\left(\frac{1}{2}\right)^3$?

Solución

La fracción se debe multiplicar 3 veces por ella misma:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

NOTA:

Sea a^n una potencia donde $\{a \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{N}\}$, entonces:

→ Si n es par el resultado de calcular a^n siempre es positivo.

→ Si n es impar el resultado de a^n siempre conserva el signo de la base de la potencia.

Ejemplo 1.3. ¿Cuál es el valor numérico de $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$?

Solución

$$\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$$

Ejemplo 1.4. Calcula $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Solución

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$$

Propiedades de las potencias de exponente entero

Sea $a; b \in \mathbb{R}$ y $r; s \in \mathbb{Z}$, entonces se cumple que:

1. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

6. $a^0 = 1$

2. $a^r \cdot b^r = (ab)^r$

7. $a^{-k} = \frac{1}{a^k}$

3. $a^r \div a^s = a^{r-s}$

4. $a^r \div b^r = (a \div b)^r = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-k} = \left(\frac{b}{a}\right)^k$

5. $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$



Ejemplo 2.1.

1. Calcula aplicando las propiedades de las potencias.

(a) $4^3 \cdot 2^3$

(b) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$

Solución

$4^3 \cdot 2^3$

Es una multiplicación de potencias de bases diferentes y exponentes iguales por tanto se multiplican las bases y se mantiene el exponente $a^r \cdot b^r = (ab)^r$.

$4^3 \cdot 2^3 = (4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$

$\left(\frac{4}{7}\right)^2$

En este caso es una división de números elevados a un exponente común, por consiguiente se aplica la siguiente propiedad

$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

$\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{4^2}{7^2} = \frac{16}{49}$

Ejemplo 2.2.

Simplifique la expresión: $\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^{-2}$

Solución

$\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^{-2} = \left[\frac{\frac{1^3}{2^3}}{\frac{2^2}{3^2}}\right]^{-2} = \left[\frac{1^3 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 2^2}\right]^{-2} = \left[\frac{3^2}{2^5}\right]^{-2} = \left[\frac{2^5}{3^2}\right]^2 = \frac{2^{10}}{3^4} = \frac{1024}{81}$

Ejemplo 2.3. Simplifica $\left(\frac{2^{-4}}{2^{-2} - 2^{-3}}\right)^{-2}$

Solución

$\left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{8}}\right)^{-2} = \left(\frac{\frac{1}{2^4}}{\frac{1}{8}}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^{-2} = \left(\frac{2^3}{2^4}\right)^{-2} = \left(\frac{2^4}{2^3}\right)^2 = 2^2 = 4$

Ejercicios propuestos

1. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera.

(a) $a^7 \cdot a^\square = a^7$

(e) $a^\square \div a^\square = a^\square = 1$

(b) $a^\square \cdot a^3 = a^\square$

(f) $a^\square \div a^\square = a^\square = \frac{1}{a^2}$

(c) $(a^2)^\square = a^\square$

(g) $a^\square \div a^\square = 1$

(d) $a^6 \div a^\square = a$



2. Simplifica las siguientes expresiones empleando las propiedades de las potencias.

(a) $5^2 \cdot 5^2$

(b) $3^{-5} \cdot 3^2$

(c) $3^2 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-4}$

(d) $(2^7 \cdot 3^{-4})(2^{-5} \cdot 3^4)$

(e) $(3^5 \cdot 5^{-4})(2^3 \cdot 3^{-7} \cdot 5^6)$

(f) $4^2 \cdot 2^3 \cdot 8^2$

(g) $\frac{6^7}{6^4}$

(h) $\frac{5^8}{5^{10}}$

(i) $\frac{3^{-6}}{3^{-10}}$

(j) $\frac{5^4}{5^4}$

(k) $\frac{2^7 \cdot 3^{-5}}{2^5 \cdot 3^{-4}}$

(l) $\frac{3^5 \cdot 4^{-6}}{3^7 \cdot 4^{-8}}$

(m) $\frac{7^5 \cdot 3^3}{7^3 \cdot 3^5}$

(n) $\frac{2^2 \cdot 3^5 \cdot 4^2}{2^4 \cdot 3^2}$

(o) $\left(\frac{7^{-1}}{2^{-1} + 3^{-1} + 6^{-1}}\right)^{-2}$

Notación científica

La notación científica se utiliza para expresar cantidades en función de potencias de 10 y por lo regular se usa para cantidades muy grandes o muy pequeñas.

Potencias de 10

$$0.1 = 10^{-1}$$

$$0.01 = 10^{-2}$$

$$0.001 = 10^{-3}$$

$$0.0001 = 10^{-4}$$

$$0.00001 = 10^{-5}$$

$$10 = 10^1$$

$$100 = 10^2$$

$$1000 = 10^3$$

$$10000 = 10^4$$

$$100000 = 10^5$$

Para expresar una cantidad en notación científica el punto se recorre una posición antes de la primera cifra, si la cantidad es grande, o un lugar después de la primera cifra si la cantidad es pequeña. El número de lugares que se recorre el punto decimal es el exponente de la base 10.

Ejemplo 3.1.

Expresa en notación científica 2345000.

Solución

Se coloca el 2 como cifra entera, 345 como parte decimal (2.345) y se indica la multiplicación por 10 con exponente 6, ya que fue el número de cifras que se recorrió el punto a la izquierda.

$$2345000 = 2.345 \cdot 10^6$$



Ejemplo 3.2.

Expresa en notación científica 25300.

Solución

El punto decimal se recorre cuatro posiciones a la izquierda, por tanto,

$$25300 = 2.53 \cdot 10^4$$

Ejemplo 3.3.

Un satélite gira en una órbita circular de 820000 km sobre la superficie terrestre. Expresar esta cantidad en notación científica.

Solución

La órbita del satélite expresada en notación científica es:

$$820000 = 8.2 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Cuando los números son pequeños, el punto decimal se recorre hacia la derecha hasta dejar como parte entera la primera cifra significativa y el exponente del número 10 es de signo negativo.

Ejemplo 3.4.

Escribe en notación científica 0.043.

Solución

El punto decimal se recorre 2 lugares hacia la derecha y el resultado se expresa como:

$$0.043 = 4.3 \cdot 10^{-2}$$

Ejemplo 3.5.

Representa en notación científica 0.000000386.

Solución

Se recorre el punto decimal 7 lugares de izquierda a derecha, por consiguiente,

$$0.000000386 = 3.86 \cdot 10^{-7}$$

Ejemplo 3.6.

La longitud de una bacteria es de 0.000052 m, expresa esta longitud en notación científica.

Solución

La longitud de la bacteria expresada en notación científica es:

$$0.000052 = 5.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$



Ejercicios propuestos

1. Expresa en notación científica las siguientes cantidades:

- | | | |
|---------------|--------------|---------------------|
| (a) 4350 | (g) 5342000 | (m) 0.000000462 |
| (b) 16000 | (h) 18600000 | (n) 0.00000003 |
| (c) 95480 | (i) 0.176 | (o) 0.0000000879 |
| (d) 273000 | (j) 0.0889 | (p) 0.0000000012 |
| (e) 670200 | (k) 0.00428 | (q) 0.000000000569 |
| (f) 350000000 | (l) 0.000326 | (r) 0.0000000000781 |

Escritura en forma desarrollada

El número $a \cdot 10^n$ se expresa en forma desarrollada de las siguientes formas:

- Si el exponente n es positivo, entonces indica el número de posiciones que se debe recorrer el punto decimal a la derecha y los lugares que no tengan cifra son ocupados por ceros.

Ejemplo 3.7.

Expresa en su forma desarrollada $3.18 \cdot 10^3$.

Solución

El exponente 3 indica que el punto se deberá recorrer 3 lugares hacia la derecha, esto es:

$$3.18 \cdot 10^3 = 3180$$

Ejemplo 3.8.

Escribe en su forma desarrollada $25.36 \cdot 10^6$.

Solución

El exponente 6 indica el número de lugares que se recorren hacia la derecha y los lugares que no tengan cifra serán ocupados por ceros.

$$25.36 \cdot 10^6 = 25360000$$

- Si el exponente n es negativo, entonces indica el número de posiciones que se debe recorrer el punto decimal a la izquierda y los lugares que no tengan cifra son ocupados por ceros.



Ejemplo 3.9.

Expresa en notación desarrollada $7.18 \cdot 10^{-4}$.

Solución

En este número, el punto decimal se recorre 4 lugares hacia la izquierda.

$$7.18 \cdot 10^{-4} = 0.000718$$

Ejemplo 3.10.

Escribe en su forma desarrollada $8 \cdot 10^{-2}$. **Solución**

Se recorren 2 lugares hacia la izquierda, por lo tanto,

$$8 \cdot 10^{-2} = 0.08$$

Ejercicios propuestos

1. Escribe en su forma desarrollada las siguientes cifras:

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| (a) $1.6 \cdot 10^4$ | (e) $4.2 \cdot 10^2$ | (i) $1.05 \cdot 10^7$ | (m) $2.3 \cdot 10^{-12}$ |
| (b) $0.1 \cdot 10^{-2}$ | (f) $72.4 \cdot 10^{-5}$ | (j) $2.34 \cdot 10^{-1}$ | (n) $3.01 \cdot 10^{-4}$ |
| (c) $37.6 \cdot 10^5$ | (g) $1 \cdot 10^{-6}$ | (k) $3.264 \cdot 10^2$ | (o) $4.14501 \cdot 10^{-7}$ |
| (d) $6 \cdot 10^{-3}$ | (h) $8.3 \cdot 10^{-4}$ | (l) $62.34 \cdot 10^{-1}$ | |

Operaciones con notación científica

Suma y resta

Para efectuar estas operaciones es necesario que la base 10 tenga el mismo exponente.

$$a \cdot 10^n \pm b \cdot 10^n = (a \pm b) \cdot 10^n$$

Ejemplo 4.1.

Efectúa $3.5 \cdot 10^{-6} + 1.83 \cdot 10^{-6}$.

Solución

Como los exponentes de la base 10 son iguales, se suman las cifras y la potencia de 10 permanece constante.

$$3.5 \cdot 10^{-6} + 1.83 \cdot 10^{-6} = (3.5 + 1.83) \cdot 10^{-6} = 5.33 \cdot 10^{-6}$$

**Ejemplo 4.2.**

¿Cuál es el resultado de $2.73 \cdot 10^{-4} - 1.25 \cdot 10^{-4}$?

Solución

Como los exponentes de la base 10 son iguales, se realiza la operación de la siguiente manera:

$$2.73 \cdot 10^{-4} - 1.25 \cdot 10^{-4} = (2.73 - 1.25) \cdot 10^{-4} = 1.48 \cdot 10^{-4}$$

NOTA:

Cuando los exponentes de la base 10 sean diferentes, se recorre el punto decimal para igualarlos y después se efectúa la operación.

Ejemplo 4.3.

Efectúa $1.34 \cdot 10^6 + 2.53 \cdot 10^5$. Se escoge una de las cifras para igualar los exponentes, en este caso se expresa a exponente 5.

$$1.34 \cdot 10^6 = 1340000 = 13.4 \cdot 10^5$$

Luego, la operación resulta:

$$1.34 \cdot 10^6 + 2.53 \cdot 10^5 = 13.4 \cdot 10^5 + 2.53 \cdot 10^5 = (13.4 + 2.53) \cdot 10^5 = 15.93 \cdot 10^5$$

Esta misma operación se realiza convirtiendo a exponente 6 y el resultado no se altera, entonces,

$$2.53 \cdot 10^5 = 253000 = 0.253 \cdot 10^6$$

Luego, al sustituir:

$$1.34 \cdot 10^6 + 2.53 \cdot 10^5 = 1.34 \cdot 10^6 + 0.253 \cdot 10^6 = (1.34 + 0.253) \cdot 10^6 = 1.593 \cdot 10^6$$

Ejemplo 4.4.

Halla el resultado de $2.82 \cdot 10^{-5} - 1.1 \cdot 10^{-6}$.

Solución

Se convierte a exponente -6 , y el resultado

$$2.82 \cdot 10^{-5} - 1.1 \cdot 10^{-6} = 28.2 \cdot 10^{-6} - 1.1 \cdot 10^{-6} = (28.2 - 1.1) \cdot 10^{-6} = 27.1 \cdot 10^{-6}$$

Ahora bien, si se convierte a exponente -5 , entonces,

$$2.82 \cdot 10^{-5} - 1.1 \cdot 10^{-6} = 2.82 \cdot 10^{-5} - 0.11 \cdot 10^{-5} = (2.82 - 0.11) \cdot 10^{-5} = 2.71 \cdot 10^{-5}$$

Por consiguiente $27.1 \cdot 10^{-6} = 2.71 \cdot 10^{-5}$



Ejercicios propuestos

1. Efectúa las siguientes operaciones:

- (a) $3.18 \cdot 10^6 + 1.93 \cdot 10^6$
- (b) $8.1 \cdot 10^{-4} + 2.3 \cdot 10^{-4}$
- (c) $4.3 \cdot 10^{-5} - 3.2 \cdot 10^{-5}$
- (d) $1.1 \cdot 10^4 - 0.91 \cdot 10^4$
- (e) $13.1 \cdot 10^6 - 0.29 \cdot 10^7$
- (f) $25.34 \cdot 10^{-3} + 1.82 \cdot 10^{-2}$
- (g) $3.83 \cdot 10^4 + 5.1 \cdot 10^3 - 0.2 \cdot 10^5$
- (h) $8.72 \cdot 10^{-3} - 0.3 \cdot 10^{-2} + 0.1 \cdot 10^{-4}$
- (i) $4 \cdot 10^6 - 0.23 \cdot 10^6 - 25 \cdot 10^5$
- (j) $1.18 \cdot 10^{-5} + 3.4 \cdot 10^{-5} - 0.12 \cdot 10^{-4}$
- (k) $2.03 \cdot 10^3 + 3.02 \cdot 10^2 - 0.021 \cdot 10^5$
- (l) $1.02 \cdot 10^{-2} + 0.023 \cdot 10^{-1} + 2.34 \cdot 10^{-3}$
- (m) $7.023 \cdot 10^3 + 1.03 \cdot 10^2 - 4.002 \cdot 10^3 - 0.023 \cdot 10^2$
- (n) $8.2 \cdot 10^{-4} + 2.003 \cdot 10^{-3} - 2.89 \cdot 10^{-4} + 7.23 \cdot 10^{-3}$
- (o) $5.04 \cdot 10^{-2} + 12 \cdot 10^{-3} - 2.04 \cdot 10^{-2} + 852 \cdot 10^{-4}$

Multiplicación y división

- Para multiplicar o dividir un número en notación científica por o entre un número real cualquiera, se afecta sólo a la primera parte del número.

$$a(b \cdot 10^n) = (a \cdot b) \cdot 10^n \quad \frac{b \cdot 10^n}{a} = \frac{b}{a} \cdot 10^n \text{ con } a \neq 0 \text{ para la división}$$

Ejemplo 4.5.

¿Cuál es el resultado de $3(5.2 \cdot 10^7)$?

Solución

Se efectúa el producto de 3 por 5.2, la base 10 y su exponente no se alteran.

$$3(5.2 \cdot 10^7) = 3(5.2) \cdot 10^7 = 15.6 \cdot 10^7 = 1.56 \cdot 10^8$$



Ejemplo 4.6.

Efectúa $\frac{3.5 \cdot 10^{-6}}{5}$

Solución

Se realiza la división de 3.5 entre 5 mientras que la base 10 y su exponente no se alteran.

$$\frac{3.5 \cdot 10^{-6}}{5} = \frac{3.5}{5} \cdot 10^{-6} = 0.7 \cdot 10^{-6} = 7 \cdot 10^{-7}$$

- Para multiplicar o dividir números escritos en notación científica, se efectúa la multiplicación o división en las primeras partes y para la base 10 se aplican las leyes de los exponentes.

$$(a \cdot 10^m)(b \cdot 10^n) = (a \cdot b \cdot 10^{m+n}) \quad \frac{a \cdot 10^m}{b \cdot 10^n} = \frac{a}{b} \cdot 10^{m-n}$$

Ejemplo 4.7.

Efectúa la siguiente operación $(8.2 \cdot 10^{-5})(4.1 \cdot 10^{-3})$.

Solución

Se multiplican 8.2 por 4.1 y los exponentes de la base 10 se suman.

$$(8.2 \cdot 10^{-5})(4.1 \cdot 10^{-3}) = (8.2)(4.1) \cdot 10^{-5-3} = 33.62 \cdot 10^{-8} = 3.362 \cdot 10^{-7}$$

Ejemplo 4.8.

Determina el resultado de $\frac{(4.25 \cdot 10^6)(2.01 \cdot 10^{-2})}{2.5 \cdot 10^8}$.

Solución

Se realiza la multiplicación y posteriormente la división para obtener el resultado.

$$\begin{aligned} \frac{(4.25 \cdot 10^6)(2.01 \cdot 10^{-2})}{2.5 \cdot 10^8} &= \frac{(4.25 \cdot 2.01)(10^6 \cdot 10^{-2})}{2.5 \cdot 10^8} = \frac{8.5425 \cdot 10^4}{2.5 \cdot 10^8} \\ &= \frac{8.5425}{2.5} \cdot 10^{4-8} = 3.417 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

Ejemplo 4.9.

¿Cuál es el resultado de $\frac{3.2 \cdot 10^{-5}(4.1 \cdot 10^{-7} - 21 \cdot 10^{-8})}{2.3 \cdot 10^{-13} + 0.27 \cdot 10^{-12}}$?

Solución

Se realizan las sumas y restas, posteriormente la multiplicación y la división para obtener el resultado final.

$$\begin{aligned} \frac{3.2 \cdot 10^{-5}(4.1 \cdot 10^{-7} - 21 \cdot 10^{-8})}{2.3 \cdot 10^{-13} + 0.27 \cdot 10^{-12}} &= \frac{3.2 \cdot 10^{-5}(4.1 \cdot 10^{-7} - 2.1 \cdot 10^{-7})}{2.3 \cdot 10^{-13} + 2.7 \cdot 10^{-13}} \\ &= \frac{(3.2 \cdot 10^{-5})(2 \cdot 10^{-7})}{5 \cdot 10^{-13}} = \frac{(3.2)(2) \cdot 10^{-5-7}}{5 \cdot 10^{-13}} = \frac{6.4 \cdot 10^{-12}}{5 \cdot 10^{-13}} \\ &= \frac{6.4}{5} \cdot 10^{-12+13} = 1.28 \cdot 10^1 = 12.8 \end{aligned}$$



Ejercicios Propuestos

1. Efectúa las siguientes operaciones:

(a) $3(7.2 \cdot 10^{-6})$

(b) $4.2(3.52 \cdot 10^8)$

(c) $\frac{1.13 \cdot 10^5}{2}$

(d) $\frac{1}{4}(4.38 \cdot 10^{-6})$

(e) $\frac{3.27 \cdot 10^{-6}}{3}$

(f) $5(3 \cdot 10^{-4} + 2.6 \cdot 10^{-5})$

(g) $3.8(6.25 \cdot 10^{13} - 42 \cdot 10^{12})$

(h) $(2.73 \cdot 10^{-2})(1.16 \cdot 10^4)$

(i) $(4.25 \cdot 10^{-8})(1.2 \cdot 10^{-6})$

(j) $(3.1 \cdot 10^5)(2.3 \cdot 10^6)$

(k) $1.25 \cdot 10^{-6}(7 \cdot 10^9 + 1.2 \cdot 10^{10})$

(l) $5.4 \cdot 10^8(1.3 \cdot 10^{-11} - 5 \cdot 10^{-12})$

(m) $\frac{1.16 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-3}}$

(n) $\frac{4.25 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^3}$

(o) $\frac{(1.32 \cdot 10^{-4})(2.5 \cdot 10^{-3})}{3 \cdot 10^{-12}}$

(p) $\frac{(3.78 \cdot 10^{-3})(4.26 \cdot 10^{-5})}{2.7 \cdot 10^{-3}}$

(q) $\frac{3.5 \cdot 10^7 + 2.3 \cdot 10^7}{5.9 \cdot 10^5 - 30 \cdot 10^4}$

(r) $\frac{1.73 \cdot 10^{-2} - 0.3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-6}}$

(s) $\frac{(1.26 \cdot 10^{-5})(1.04 \cdot 10^{-3})}{(2.73 \cdot 10^{-3})(1.2 \cdot 10^{-4})}$

(t) $\frac{4.2 \cdot 10^5(1.7 \cdot 10^{-4} + 0.003 \cdot 10^{-2})}{8.4 \cdot 10^{-1}}$

Autoevaluación

1. ¿Qué altura tendría una pila de 1000000 hojas de cuaderno si se necesita 10 hojas para tener 1mm?

A) $10^3 mm$ B) $10^6 mm$ C) $10^5 mm$ D) $10^2 mm$

2. En el año 1982 la edad de la Tierra era de $1.3 \cdot 10^{17}$ segundos y la de la pirámide de Keops de $2.35 \cdot 10^{11}$ segundos. La diferencia de edad entre la Tierra y la pirámide en notación científica es:

A) $1.2999985 \cdot 10^{11}$ B) $1.2999985 \cdot 10^{17}$ C) $1.2999985 \cdot 10^{-11}$ D) $1.2999985 \cdot 10^{-17}$

3. La expresión $3^{11} + 3^{11} + 3^{11}$ es equivalente a:

A) 3^{12} B) 9^{33} C) 3^{33} D) 9^{11} E) Ninguna