

ENCUENTRO # 35

TEMA: Función exponencial.

CONTENIDOS:

1. Función exponencial. Gráfica y propiedades

Ejercicio Reto

1. Si $f(2x + 1) - f(2x - 1) = x$, calcular $f(5) - f(1)$
A)5 B)4 C)2 D)1 E)3
2. ¿Para cuáles números naturales se cumple que
 $\sqrt{5^x - 1} + \sqrt{5^x(2 + 5^{1-x} + 5^{-x})} = 6$?
A)7 B)6 C)5 D)1 E)3

Función exponencial

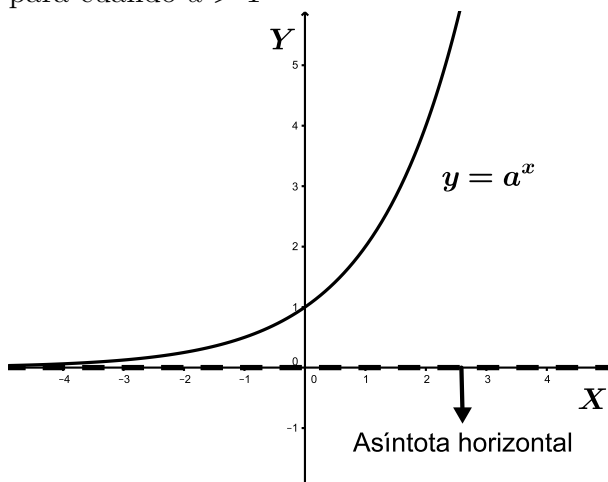
Definición

Sea $a > 0, a \neq 1$, llamamos función exponencial con base a , a la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = a^x$$

$$f(x) = a^x$$

Gráfica de la función exponencial para cuando $a > 1$



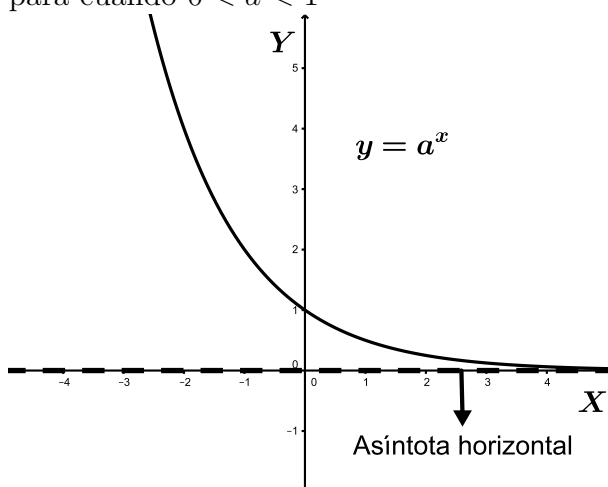
Propiedades

1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(0, +\infty)$
4. Ceros: no tiene porque $y = 0$ es una asíntota horizontal.
5. Asíntota Horizontal $y = 0$
6. Simetría: no es par ni impar.

7. Monotonía: es creciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

$$f(x) = a^x$$

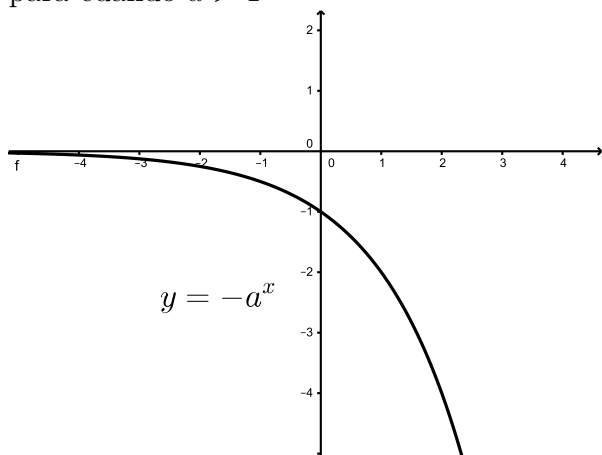
Gráfica de la función exponencial para cuando $0 < a < 1$



7. Monotonía: es decreciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

$$f(x) = -a^x$$

Gráfica de la función exponencial para cuando $a > 1$



Propiedades

1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(0, +\infty)$
4. Ceros: no tiene porque $y = 0$ es una asíntota horizontal.
5. Asíntota Horizontal $y = 0$
6. Simetría: no es par ni impar.

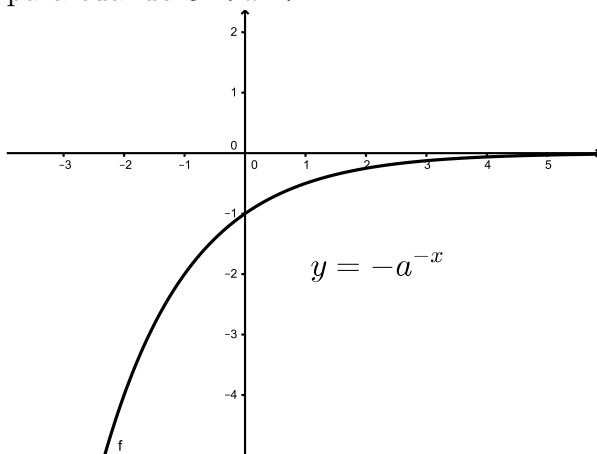
Propiedades

1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(-\infty; 0)$
4. Ceros: no tiene porque $y = 0$ es una asíntota horizontal.
5. Asíntota Horizontal $y = 0$
6. Simetría: no es par ni impar.

7. Monotonía: es decreciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

$$f(x) = -a^x$$

Gráfica de la función exponencial para cuando $0 < a < 1$



Propiedades

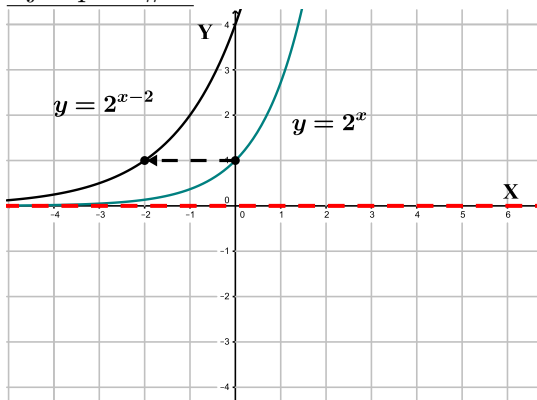
1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(-\infty; 0)$
4. Ceros: no tiene porque $y = 0$ es una asíntota horizontal.
5. Asíntota Horizontal $y = 0$
6. Simetría: no es par ni impar.

7. Monotonía: es creciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

Función exponencial desplazada

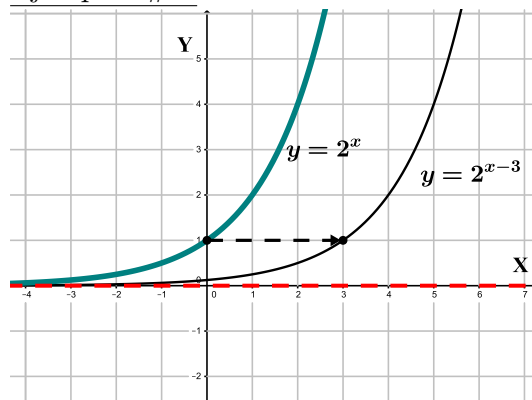
$$y = a^{x+b} + c$$

Ejemplos # 1



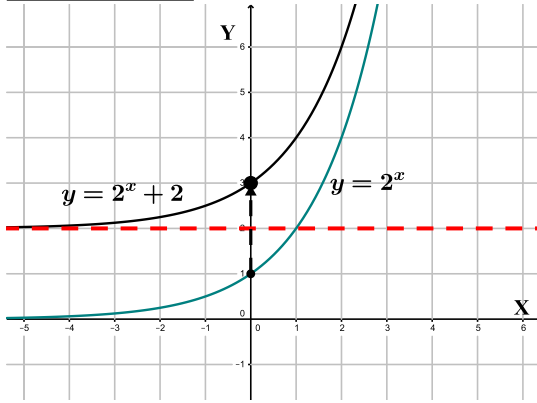
Asíntota horitontal: $y = 0$

Ejemplos # 2



Asíntota horitontal: $y = 0$

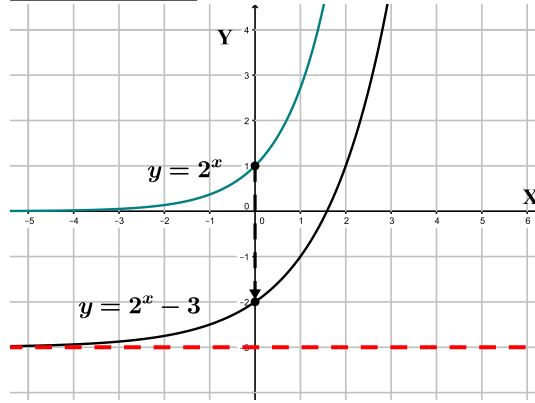
Ejemplos # 3



Asíntota horitontal: $y = 2$

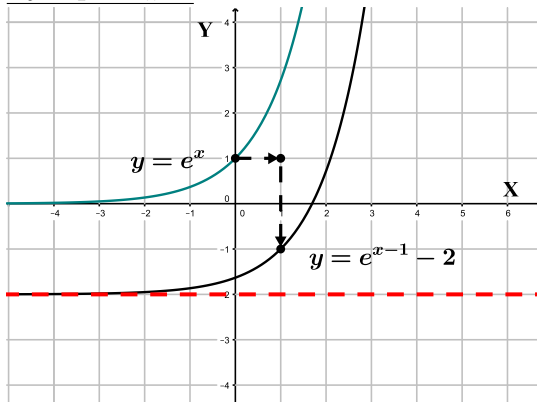
Desplazamiento en ambos ejes

Ejemplos # 4



Asíntota horitontal: $y = -3$

Ejemplos # 5



Asíntota horitontal: $y = -2$

Propiedades

1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(0, +\infty)$

4. Ceros:

$$e^{x-1} - 2 = 0$$

$$e^{x-1} = 2$$

$$\ln(e^{x-1}) = \ln 2$$

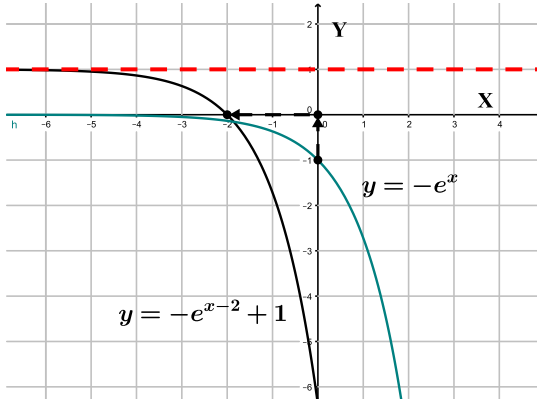
$$x - 1 = \ln 2$$

$$x = \ln 2 + 1$$

5. Asíntota Horizontal $y = -2$
6. Simetría: no es par ni impar.
7. Monotonía: es creciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

Propiedades

Ejemplos # 6



Asíntota horitontal: $y = 1$

1. Dominio: \mathbb{R}
2. Codominio: \mathbb{R}
3. Rango: $(-\infty, 0)$
4. Ceros:

$$-e^{x-2} + 1 = 0$$

$$-e^{x-2} = -1 \quad / \cdot (-1)$$

$$e^{x-2} = 1$$

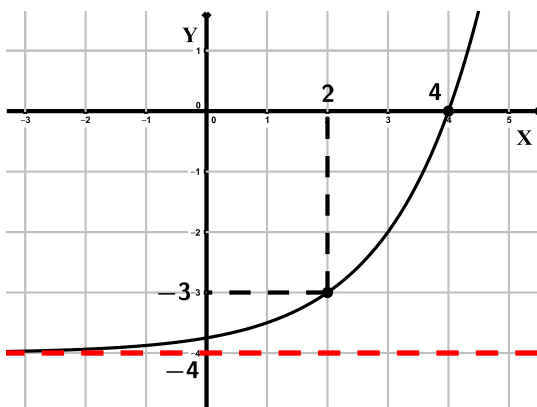
$$\ln(e^{x-2}) = \ln 1$$

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

5. Asíntota Horizontal $y = 1$
6. Simetría: no es par ni impar.
7. Monotonía: es decreciente.
8. inyectividad: la función es inyectiva
9. sobreyectividad: la función es sobreyectiva
10. biyectividad: la función es biyectiva

El gráficos representa una función del tipo $y = a^{x+b} + c$. Escribe la ecuación de dicho gráfico.



Identificar desplazamiento respecto al eje x y al eje y

$$y = a^{x-2} - 4$$

¿Cómo hallar el valor de a ?

Para ello se evalúa la función en el punto de intercepción con el eje x en este caso el punto es $(4, 0)$

$$0 = a^{4-2} - 4$$

$$a^2 = 4$$

$$a^2 = 2^2$$

$$\therefore a = 2$$

Ejercicios propuestos

→ Realiza un esbozo gráfico de las siguientes funciones. Analiza sus propiedades.

1. $y = 3^{x-2}$

5. $y = e^x + 3$

9. $y = (\frac{1}{3})^{x-2} + 3$

2. $y = 2^{x+1}$

6. $y = e^{2-x}$

10. $y = 5^{-x-3} - 5$

3. $y = (\frac{1}{4})^{x-11}$

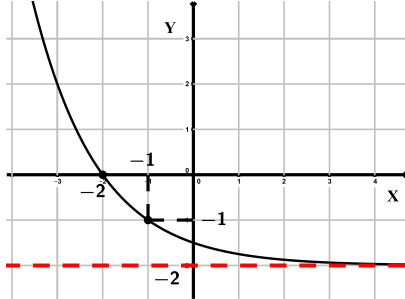
7. $y = 3^{1-x} + 4$

4. $y = e^x - 2$

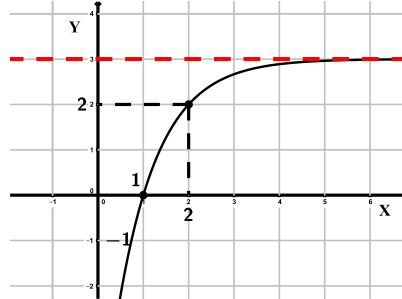
8. $y = 4^{x-1} - 2$

→ Los gráficos representan funciones del tipo $y = a^{x+b} + c$, con $a > 0 \wedge a \neq 1$. Escribe la ecuación que corresponde a cada gráfico.

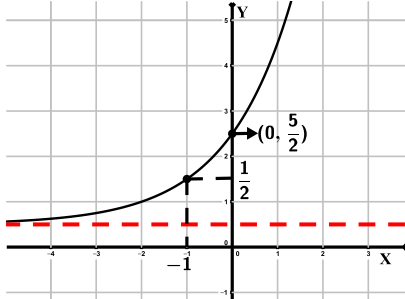
I)



II)



III)



IV)

