

## ENCUENTRO # 17

TEMA: Fracciones algebraicas operaciones combinadas.

### CONTENIDOS:

1. Operaciones combinadas de fracciones algebraicas.
2. Racionalización con fracciones algebraicas.

### Ejercicio Reto

1. La simplificación de  $\frac{a^2-4b^2}{ab+2b^2} \div \frac{3a^2-5ab-2b^2}{3a^2+ab}$  es:  
A)  $\frac{a}{b}$     B)  $\frac{a^2}{b}$     C)  $\frac{a}{b^2}$     D)  $\frac{a-b}{b}$
2. Si  $a + b = 24$  y  $a^2 + b^2 = 204$ , entonces  $a^3 + b^3$  es igual a:  
A) 48    B) 234    C) 320    D) 1    E) 432

### DESARROLLO

1. Efectúa  $\left[ \frac{6m}{m^2-4} - \frac{3}{m-2} \right] \div \frac{12}{m^2-m-6}$

#### Solución

Primero se debe efectuar la operación que se encuentra dentro de signo de agrupación.

$$\frac{6m}{m^2-4} - \frac{3}{m-2} \quad \text{Se factoriza los denominadores si es posible:}$$

$$m^2 - 4 = (m - 2)(m + 2)$$

$$\frac{6m}{(m-2)(m+2)} - \frac{3}{m-2} \quad \text{Se halla el MCM entre: } (m+2)(m-2) \text{ y } m-2$$

$$\text{MCM}\{(m+2)(m-2), (m-2)\} : (m+2)(m-2)$$

Se amplían los numeradores, se simplifica la expresión

$$\frac{6m-3(m+2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{6m-3m-6}{(m-2)(m+2)} = \frac{3m-6}{(m-2)(m+2)}$$

Se factoriza el numerador y se simplifica

$$\frac{3(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{3}{m+2}$$

Posteriormente se efectúa la división:

$$\frac{3}{m+2} \div \frac{12}{m^2-m-6}$$

La división entre fracciones se transforma en una multiplicación de la primera fracción por el recíproco de la segunda fracción.

Se factoriza, se simplifica y posteriormente se simplifica

$$\frac{3}{m+2} \cdot \frac{(m-3)(m+2)}{12} = \frac{1}{1} \cdot \frac{m+3}{4} = \frac{m+3}{4}$$

2. Determina el valor de  $A + B \div C$  si se conoce que:

$$A = \frac{2b-1}{b^2-2b+1} \quad B = \frac{b^2+3b+1}{3b^2+b-10} \quad C = \frac{b^2-1}{9b-15}$$

**Solución**

Primero se sustituyen las expresiones:  $\frac{2b-1}{b^2-2b+1} + \frac{b^2+3b+1}{3b^2+b-10} \div \frac{b^2-1}{9b-15}$

$\rightsquigarrow$  Se debe efectuar la división:

$$\frac{b^2+3b+1}{3b^2+b-10} \div \frac{b^2-1}{9b-15} = \frac{b^2+3b+1}{(3b-5)(b+2)} \cdot \frac{3(3b-5)}{(b-1)(b+1)} = \frac{3(b^2+3b+1)}{(b+2)(b-1)(b+1)}$$

$\rightsquigarrow$  Se realiza la suma entre el resultado de la división y la expresión A.

$$= \frac{2b-1}{b^2-2b+1} + \frac{3(b^2+3b+1)}{(b+2)(b-1)(b+1)}$$

$$= \frac{2b-1}{(b-1)^2} + \frac{3(b^2+3b+1)}{(b+2)(b-1)(b+1)} \quad \rightsquigarrow \text{Se factoriza el denominador}$$

$$= \frac{(2b-1)(b+2)(b+1) + 3(b^2+3b+1)(b-1)}{(b-1)^2(b+2)(b+1)} \quad \rightsquigarrow \text{Se halla el MCM y se amplían los numeradores}$$

$$= \frac{2b^3+5b^2+b-2+3b^3+3b^2-6b-3}{(b-1)^2(b+2)(b+1)} \quad \rightsquigarrow \text{Se eliminan los signos de agrupación y se reducen términos semejantes}$$

$$= \frac{5b^3+8b^2-5b-5}{(b-1)^2(b+2)(b+1)}$$

3. Efectúa la siguiente expresión:  $\frac{x^2+2x}{x^2+4x+3} \cdot \frac{x^2+2x-3}{2x^2-x-1} \div \frac{x^2-2x-8}{2x^2-7x-4}$

**Solución**

$$\frac{x^2+2x}{x^2+4x+3} \cdot \frac{x^2+2x-3}{2x^2-x-1} \div \frac{x^2-2x-8}{2x^2-7x-4} = \frac{x(x+2)}{(x+3)(x+1)} \cdot \frac{(x+3)(x-1)}{(2x+1)(x-1)} \cdot \frac{(2x+1)(x-4)}{(x-4)(x+2)} = \frac{x}{x+1}$$

4. Realiza y simplifica la siguiente fracción:

$$\frac{x^2+6x+5}{x^2+5x+6} \cdot \frac{x^2-3x-10}{x^2-4x-5} - \frac{x}{x+1}$$

**Solución**

$$\frac{x^2+6x+5}{x^2+5x+6} \cdot \frac{x^2-3x-10}{x^2-4x-5} - \frac{x}{x+1} = \frac{(x+5)(x+1)}{(x+3)(x+2)} \cdot \frac{(x-5)(x+2)}{(x-5)(x+1)} - \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{x+5}{x+3} - \frac{x}{x+1} = \frac{(x+5)(x+1) - x(x+3)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x^2+6x+5 - x^2-3x}{(x+1)(x+3)} = \frac{3x+5}{(x+1)(x+3)}$$

## Ejercicios Propuestos

1.  $\frac{x^2-x-12}{x^2-49} \cdot \frac{x^2-x-56}{x^2+x-20} \div \frac{x^2-5x-24}{x+5}$

2.  $\frac{a^2-8a+7}{a^2-11a+30} \cdot \frac{a^2-36}{a^3-1} \div \frac{a^2-a-42}{a^2-4a-5}$

3.  $\frac{6a^2-7a-3}{a^2-1} \div \frac{4a^2-12a+9}{a^2-1} \cdot \frac{2a^2-a-3}{3a^2-2a-1}$

4.  $\frac{2t^2+5t+2}{t^2-4t+16} \div \frac{t+2}{t^3+64} \cdot \frac{2t^3+9t^2+4t}{t+1}$

5.  $\frac{2}{x+3} \div \frac{3x+3}{x^2-2x-8} \div \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

6.  $\frac{3x^2+3x}{3x^2-8x+4} \cdot \frac{x^2+2-8}{x^2+5x+4} - \frac{2x}{2x-1}$

7.  $\frac{6x^2-12x}{2x^2+3x-9} \div \frac{2x^2-5x+2}{2x^2+5x-3} - \frac{3}{x+1}$

8.  $\frac{x^4-27x}{x^2+7x-30} \cdot \frac{x^2+20x+100}{x^3+3x^2+9x} \div \frac{x^2-100}{x-3}$

9.  $\frac{8x^2-10x-3}{6x^2+13x+6} \cdot \frac{4x^2-9}{3x^2+2x} \div \frac{8x^2+1x+3}{9x^2+12x+4}$

10.  $\frac{x^2-x-12}{x^2+x-2} \div \frac{x^2-6x+8}{x^2-3x-10} \div \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x-15}$

11.  $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6} \cdot \frac{x^2+3x}{x^2-1} + \frac{2x^2-4x}{x^2+x-6}$

12.  $\frac{x^3-5x^2}{x^3-25x} \div \frac{x^2+3x}{x^2+5x+6} + \frac{x^2+3x-4}{x^2+6x+8} \cdot \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+5}$