

## ENCUENTRO # 11

TEMA: Operaciones con polinomios

### CONTENIDOS:

1. División de polinomios.

### DESARROLLO

#### Ejercicio Reto

1. El resultado de  $\sqrt[n]{4^{n-1}}$  es:  
A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{4}\sqrt[n]{\frac{1}{4}}$       B)  $4\sqrt[n]{\frac{1}{4}}$       D)  $-4$       E)  $-\frac{1}{4}\sqrt[n]{\frac{1}{4}}$
2. Si para preparar un compuesto químico se usa, por cada 125 mililitros de ácido puro, 450 mililitros de agua destilada, entonces el porcentaje de agua destilada que se usa en la preparación de este compuesto corresponde a:  
A) 29.76 %      B) 21.74 %      C) 78.26 %      D) 68.13 %      E) 27.77 %

**División** A continuación se muestra la regla de los signos de esta operación:  $(+) \div (+) = +$   
 $(+) \div (-) = -$        $(-) \div (+) = -$        $(-) \div (-) = +$

**Propiedad de las potencias para división** En la división de potencias de bases iguales se mantiene la base y se restan los exponentes.

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

#### *Monomio entre monomio*

Cuando se dividen monomios, primero se realiza la división de los coeficientes y después se aplica la propiedad de la división de potencias de bases iguales. Si la división de los coeficientes no es exacta, entonces se deja especificada (o sea en fracción); si las bases no son iguales, entonces se deja expresado el cociente.

#### Ejemplos:

1. Realiza la siguiente operación:  $\frac{-16a^5b^4c^6}{8a^2b^3c}$

#### **Solución**

Se dividen los coeficientes y las potencias para obtener:

$$\frac{-16a^5b^4c^6}{8a^2b^3c} = \frac{16}{8}a^{5-2}b^{4-3}c^{6-1} = -2a^3bc^5$$

2. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{-10x^7y^6c}{-6x^2y^2c}$

**Solución**

La división de los coeficientes no es exacta, por tanto, se deja expresada como fracción, la cual se simplifica y se efectúa la división de las potencias.

$$\frac{-10x^7y^6c}{-6x^2y^2c} = \frac{10}{6}x^{7-2}y^{6-2}c^{1-1} = \frac{5}{3}x^5y^4c^0 = \frac{5}{3}x^5y^4$$

3. Realiza  $\frac{-xyz}{-xyz}$

**Solución** Se aplica la ley de los signos para la división y se dividen las bases.

$$\frac{-xyz}{-xyz} = x^{1-1}y^{1-1}z^{1-1} = x^0y^0z^0 = (1)(1)(1) = 1$$

4. ¿Cuál es el resultado de  $8x^{3a-1}y^{5a-4} \div 2x^{2a-3}y^{3a-1}$

**Solución**

Se dividen los coeficientes y se restan los exponentes para obtener como resultado:

$$\frac{8x^{3a-1}y^{5a-4}}{2x^{2a-3}y^{3a-1}} = 4x^{(3a-1)-(2a+3)}y^{(5a-4)-(3a-1)} = 4x^{3a-1-2a-3}y^{5a-4-3a+1} = 4x^{a-4}y^{2a-3}$$

## Ejercicios Propuestos

Realiza las siguientes divisiones de monomios:

1.  $\frac{9a^6b^{10}}{3a^2b^5}$

7.  $\frac{12x^3y^2z^4}{18xy^2z^3}$

12.  $-\frac{3}{5}a^3b \div -\frac{4}{5}a^2b$

2.  $\frac{42x^9y^2}{-7x^5y^2}$

8.  $\frac{12x^{10a-4}y^{5b-2}}{-6x^{3a-2}y^{2b+1}}$

13.  $\frac{2}{3}xy^5z^3 \div -\frac{1}{6}z^3$

3.  $\frac{-26a^5b^6}{-13b^3}$

9.  $\frac{48a^{2x-3}b^{3x-2}c^x}{-16a^{x+1}b^{2x-5}c^3}$

14.  $\frac{3}{2}a^{m-2}b^{n-5} \div \frac{3}{4}a^{m-5}b^{n-7}$

4.  $\frac{32p^5q^6}{-8p^3q^2}$

10.  $\frac{-20^{5m-2}y^{9n}z^{2n}}{-6x^3y^5z^2}$

15.  $\frac{3}{4}m^{m+1}b^{n+2} \div \frac{2}{3}a^{2-3m}b^{4-m}$

5.  $\frac{36a^{10}b^8}{-12a^2b^7}$

11.  $-\frac{7}{8}a^2b^5c^8 \div -\frac{5}{2}ab^5c^6$

6.  $\frac{-25a^{12}b^9}{18x^4y^7}$

### Polinomio entre monomio

Se divide cada término del polinomio entre el monomio, como se muestra en los siguientes ejemplos.

Ejemplos:

1. Efectúa  $\frac{2x^4-5x^3+x^2}{-x^2}$

**Solución**

Se divide cada término del polinomio entre el monomio.

$$\frac{2x^4-5x^3+x^2}{-x^2} = \frac{2x^4}{-x^2} - \frac{5x^3}{-x^2} + \frac{x^2}{-x^2} = -2x^{4-2} + 5x^{3-2} - x^{2-2} = 2x^2 + 5x - x^0 = 2x^2 + 5x - 1$$

2. Determina el cociente de:  $\frac{16x^6y^5z-12x^4y^6z^2+6x^3y^9}{-4x^2y}$

**Solución**

Al aplicar los pasos del ejemplo anterior se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{16x^6y^5z}{-4x^4y} - \frac{12x^4y^6z^2}{-4x^2y} + \frac{6x^3y^9}{-4x^2y} &= -4x^{6-2}y^{5-1}z + 3x^{4-2}y^{6-1}z^2 - \frac{3}{2}x^{3-2}y^{9-1} \\ &= -4x^4y^4z + 3x^2y^5z^2 - \frac{3}{2}xy^8 \end{aligned}$$

3. ¿Cuál es el cociente de  $\frac{4x^{2m+1}+8x^{3m-2}-12x^{m+3}}{6x^{m-2}}$

**Solución**

El monomio divide a cada uno de los términos que conforman el polinomio.

$$\begin{aligned} \frac{4x^{2m+1}+8x^{3m-2}-12x^{m+3}}{6x^{m-2}} &= \frac{4x^{2m+1}}{6x^{m-2}} + \frac{8x^{3m-2}}{6x^{m-2}} - \frac{12x^{m+3}}{6x^{m-2}} \\ &= \frac{4}{6}x^{(2m+1)-(m-2)} + \frac{8}{6}x^{(3m-2)-(m-2)} - \frac{12}{6}x^{(m+3)-(m-2)} \\ &= \frac{4}{6}x^{2m+1-m+2} + \frac{8}{6}x^{3m-2-m+2} - \frac{12}{6}x^{m+3-m+2} \\ &= \frac{2}{3}x^{m+3} + \frac{4}{3}x^{2m} - 2x^5 \end{aligned}$$

## Ejercicios Propuestos

Realiza las siguientes divisiones

1.  $\frac{x^2+2x}{x}$

6.  $\frac{8x^6-10x^4-12x^3}{-4x^2}$

2.  $\frac{4x^3+2x^2}{2x^2}$

7.  $\frac{27m^4n^6-15m^3n^6+3mn^2}{3mn^2}$

3.  $\frac{8x^2y-20x^3}{4x^2}$

8.  $\frac{32a^7b^5-48a^6b^4-a^4b^3}{8ab^3}$

4.  $\frac{2x^3-x^2+x}{2x^2}$

9.  $(\frac{1}{4}a^2 - \frac{5}{2}a) \div \frac{1}{2}a$

5.  $\frac{2x^4+6x^3-8x^2}{2x^2}$

10.  $(\frac{1}{5}a^5b^7 - \frac{1}{4}a^4b^5 - a^3b^4) \div 6a^3b^2$

$$11. \left(\frac{1}{4}a^8b^7 - \frac{3}{2}a^6b^6 + \frac{1}{6}a^4b^3\right) \div \frac{3}{4}ab^2$$

$$14. \frac{x^{2a-1}y^{3a+5} - 12x^{a+6}y^{2a-6}}{6x^{a+2}y^{3a-7}}$$

$$12. \left(\frac{1}{2}x^{10}y^8 - \frac{2}{3}x^8t^7 + \frac{1}{8}x^5y^6 - x^3y^5\right) \div \frac{5}{2}x^2y^3$$

$$13. \frac{a^{2x}b^{3y}x^{4z} + 6a^{3x}b^{4y}c^{5z} - 8a^{4x}b^{5y}c^{6z}}{\frac{1}{2}a^{2x}b^{3y}c^{4z}}$$

$$15. \frac{16a^{6m-4}b^{7m+1} - 12a^{4m-2}b^{6m-5} + 8a^{3m-4}b^{5m}}{-4a^{2m-5}b^{4m+1}}$$

### Polinomio entre otro polinomio

A continuación se enlistan los pasos a seguir para realizar esta operación:

#### Ejemplos:

1. Efectúa la siguiente operación:  $\frac{3x^2-5x+2}{3x-2}$

#### Solución

↪ Se colocan los polinomios como en la división con números reales, y se ordenan según convenga con respecto a los exponentes:

$$\begin{array}{c} \text{Divisor} \\ \downarrow \\ 3x - 2 \end{array} \left| \begin{array}{c} \hline 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline \end{array} \right. \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{Dividendo} \end{array}$$

↪ Se toma el primer término del dividendo, se divide entre el primer término del divisor y el resultado se coloca en la parte de arriba:  $\frac{3x^2}{3x}$

$$\begin{array}{c} x \\ \hline 3x - 2 \end{array} \left| \begin{array}{c} \hline 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline \end{array} \right.$$

↪ Se multiplica el resultado de la división por cada uno de los términos del divisor; a cada resultado se le cambia el signo y se acomoda debajo del dividendo con su término semejante:  $(x)(3x) = 3x^2; (x)(-2) = -2x$

$$\begin{array}{c} x \\ \hline 3x - 2 \end{array} \left| \begin{array}{c} \hline 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline -3x^2 + 2x \\ \hline \end{array} \right.$$

Se reducen los términos semejantes y se baja el siguiente término del dividendo, a la expresión resultante se le llama primer residuo.

$$\begin{array}{c} x \\ \hline 3x - 2 \end{array} \left| \begin{array}{c} \hline 3x^2 - 5x + 2 \\ \hline -3x^2 + 2x \\ \hline -3x + 2 \\ \hline \end{array} \right.$$

Se repite el primer paso, es decir, se divide el primer término del primer residuo que resultó de la reducción anterior entre el primer término del divisor y se escribe el resultado arriba:  $\frac{-3x}{3x} = -1$

$$\begin{array}{r}
 x - 1 \\
 3x - 2 \overline{) 3x^2 - 5x + 2} \\
 \underline{-3x^2 + 2x} \phantom{+ 2} \\
 -3x + 2 \\
 \underline{3x - 2} \\
 0
 \end{array}$$

Se realiza la suma y si el residuo es cero como en el ejemplo, la división terminó; en caso contrario, se siguen los pasos anteriores hasta obtener cero como residuo o algún polinomio de grado menor al del divisor.

$$\begin{array}{r}
 x - 1 \\
 3x - 2 \overline{) 3x^2 - 5x + 2} \\
 \underline{-3x^2 + 2x} \phantom{+ 2} \\
 -3x + 2 \\
 \underline{3x - 2} \\
 0
 \end{array}$$

Por tanto, el resultado del cociente es:  $x - 1$

2. Efectúa la siguiente operación:  $\frac{5a^2 - 21b^2 + 8ab}{a + 3b}$

### Solución

Al emplear los pasos del ejemplo anterior:

$$\begin{array}{r}
 5a - 7 \\
 a + 3b \overline{) 5a^2 + 8ab - 21b^2} \\
 \underline{-5a^2 - 15ab} \phantom{+ 21b^2} \\
 -7ab - 21b^2 \\
 \underline{7ab + 21b^2} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{5a^2}{a} = 5a \longrightarrow (5a)(a + 3b) = 5a^2 + 15ab \\
 \frac{-7ab}{a} = -7b \longrightarrow (-7b)(a + 3b) = -7ab - 21b^2
 \end{array}$$

Por consiguiente el cociente es:  $5a - 7b$

En una división de polinomios, si al dividendo le falta uno de sus términos, se deja indicado el espacio que ocupa dicho término o se escribe con coeficiente 0.

3. ¿Cuál es el resultado de  $\frac{-2a+a^4-a^2-1}{a+a^2+1}$ ?

**solución**

Se ordena tanto el dividendo como el divisor en orden decreciente con respecto a los exponentes y, en el caso del dividendo, se deja el espacio correspondiente al término de exponente 3:

$$a^2 + a + 1 \overline{) a^4 + 0a^3 - a^2 - 2a + 1}$$

Se realiza la división como en los ejemplos anteriores:

$$\begin{array}{r}
 a^2 - a - 1 \\
 a^2 + a + 1 \overline{) a^4 + 0a^3 - a^2 - 2a - 1} \\
 \underline{-a^4 - a^3 - a^2} \phantom{- 2a - 1} \\
 -a^3 - 2a^2 - 2a \phantom{- 1} \\
 \underline{a^3 + a^2 + a} \phantom{- 1} \\
 -a^2 - a - 1 \\
 \underline{a^2 + a + 1} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{a^4}{a^2} = a^2 \rightarrow (a^2)(a^2 + a + 1) = a^4 + a^3 + a^2 \\
 \frac{-a^3}{a^2} = -a \rightarrow (-a)(a^2 + a + 1) = -a^3 - a^2 - a \\
 \frac{-a^2}{a^2} = -1 \rightarrow (-1)(a^2 + a + 1) = -a^2 - a - 1
 \end{array}$$

## Ejercicios Propuestos

1.  $\frac{x^2+3x+2}{x+1}$
2.  $\frac{x^2+4x+3}{x+3}$
3.  $\frac{x^2+5xy+6y^2}{x+2y}$
4.  $\frac{x^2+7x+12}{x+4}$
5.  $\frac{x^2+3x-18}{x-3}$
6.  $\frac{m^6-m^3-20}{m^3-5}$
7.  $\frac{18m^4-21m^2n^2-15n^4}{6m^2+3n^2}$
8.  $\frac{15m^3-34m^2+9m+10}{3m-5}$
9.  $\frac{12x^3+13x^2-59x+30}{4x-5}$
10.  $\frac{4x^4+x^2y^2-5xy^3-6y^4}{2x^2-xy-2y^2}$
11.  $\frac{4x^4-4x^3-13x^2+43x+30}{3x^2-5x-6}$
12.  $\frac{4a^4+26a^3-79a^2-20a+42}{a^2+8a-6}$
13.  $\frac{12x^4-36x^3-29x^2+38x+24}{2x^2-5x-6}$
14.  $\frac{28x^4-17x^3+18x+23x^2-24}{4x^2-3x+6}$
15.  $\frac{10a^4-41a^3b+9a^2b^2+38ab^3+14b^4}{2a-7b}$
16.  $(5a^2 - \frac{13}{18}ab - \frac{1}{3}b^2) \div (3a - \frac{4}{3}b)$
17.  $\frac{\frac{5}{8}a^3 + \frac{3}{2}a^2 - \frac{17}{18}a - \frac{4}{3}}{\frac{5}{2}a^2 - \frac{2}{3}a - 2}$
18.  $(x^{a+3} + x^a) \div (x + 1)$
19.  $\frac{a^m - ab^{y-1} - a^{m-1}b + b^y}{a-b}$
20.  $\frac{m^{a+2} - 2m^a + m^{a-2}}{m^2 + 2m + 1}$
21.  $\frac{m^{2x+3} + 4m^{2x+2} + m^{2x+1} - 4m^{2x}}{m^x + m^{x+1}}$
22.  $\frac{m^{2x+5} + 2m^{2x-4} - 3m^{2x-3} - 4m^{2x+2} + 2m^{2x+1}}{m^{x+3} - 2m^{x+1}}$