ENCUENTRO # 10
TEMA:Operaciones con polinomios

CONTENIDOS:

1. Multiplicación de polinomios.
2. Productos notables.

DESARROLLO

EJERCICIO RETO

1. Al racionalizar el denominador de la fracció $\frac{x-2}{3+\sqrt{2x+5}}$ se obtiene:
   A)$\frac{\sqrt{2x+5}-3}{4}$ B)$\frac{\sqrt{2x+5}+3}{2}$ C)$\frac{\sqrt{2x-5}-3}{2}$ D)$\frac{\sqrt{2x+5}-3}{2}$
2. El valor numérico de la expresión $\frac{a^2(a+b^2)(a^3-b^3)(a^2-b)}{(a^2+b^2)(2a-3b^2)}$ para $a=1$ y $b=-2$ es:
   A)$\frac{27}{10}$ B)$-\frac{27}{10}$ C)$\frac{18}{35}$ C)$\frac{18}{35}$ D)$\frac{15}{17}$

Regla de los signos.
$(+)(+)=+$ $(+)(-)=-$ $(-)(+)=-$ $(-)(-)=+$
Ley de los exponentes para la multiplicación. En la multiplicación de términos con la misma base los exponentes se suman.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Monomio por monomio
Al multiplicar monomios, primero se multiplican los coeficientes y después las bases.
Ejemplos:

1. ¿Cuál es el resultado de $(-5x^4y^5z)(3x^2y^6z)$.
   Solución
   Se multiplican los coefi cientes y las bases:

   $$(-5x^4y^5z)(3x^2y^6z) = (-5)(3)x^4x^2y^5y^6zz$$

   Se aplican las leyes de los signos y de los exponentes:

   $$= -15x^{4+2}y^{5+6}z^{1+1} = -15x^6y^11z^2$$

2. Realiza la siguientes operación:$(-\frac{5}{4}a^6b^5c^5)(-\frac{2}{3}a^2bc^4)$.
   Solución
   Se efectúa el producto de las fracciones y se aplica la ley de los exponentes para las bases.
$$(-\tfrac{5}{4}a^6b^5c^5)(-\tfrac{2}{3}a^2bc^4) = (-\tfrac{5}{4})(-\tfrac{2}{3})a^{6+2}b^{5+1}c^{5+4} = \tfrac{10}{12}a^8b^6c^9$$

3. Realiza $(3x^{2n-1}y^{3n})(-2x^{4n-3}y^{2n})$
   Solución
   Se aplica el mismo procedimiento que en los ejemplos anteriores, no importa que los exponentes de las bases sean expresiones algebraicas.
$$(3x^{2n-1}y^{3n})(-2x^{4n-3}y^{2n}) = -6x^{(2n-1)+(4n-3)}y^{3a+2a} = -6x^{6a-4}y^{5a}$$

Ejercicios Propuesto

Resuelve las siguientes operaciones:

1. $(4x^3y^5z)(6x^5y^4z)$
2. $(\frac{3}{4}xyz)(-\frac{2}{5}z^4)$
3. $(-10m^6p)(-5m^2p^3)$
4. $(9c^5m^9p^2)(-\frac{1}{3}c^6m)$
5. $(5a^mb^nc)(-2a^2b^3c)$
6. $(6m^{2x+8}n^{4x})(-7m^{x-6}n^5)$
7. $(-9x^{3m}y^{2n-1})(4x^5y^6)$
8. $(-\frac{7}{6}a^{4x-3}b^{2x}c^4)(-\frac{3}{14}a^{x+1}bc^x)$
9. $(-\frac{1}{2}x^{4n-1}y^{2a})(4x^{2-3a}y^{1-2a})$
10. $(\frac{1}{3}a^3b^2c)(\frac{2}{5}a^4bc^2)(6ac)(\frac{10}{3}a^4b^2)$
11. $(-\frac{3}{4}a^6b)(\frac{2}{3}a^2bc)(-\frac{1}{2}ac)(-2b^2c^2)$
12. $(2a^{8x}b^6)(-2m^{2x}n^3)(-5a^2m^3n^{5x})$

Polinomio por monomio Se multiplica cada uno de los términos del polinomio por el monomio o viceversa, como lo ilustran los siguientes.

Ejemplos:

1. Resuelve $(5x^5y^4 - 3x^4y^3z + 4xz^4)(-3x^4y)$
   Solución
   Se multiplica cada uno de los términos del polinomio por el monomio: $(5x^5y^4 - 3x^4y^3z + 4xz^4)(-3x^4y)$
   $= (5x^5y^4)(-3x^4y) + (-3x^4y^3z)(-3x^4y) + (4xz^4)(-3x^4y)$
   $= -15x^9y^5 + 9x^8y^4z - 12x^5yz^4$

2. Realiza el siguiente producto:$(-7a^{x+3}b^{1-2x})(4a^{3x-1}b^{2x} - 5a^{3x-2}b^{2x+1} + 3a^{3x-3}b^{2x+2})$
   Solución

Se realiza el producto del monomio por cada uno de los elementos del polinomio:
$(-7a^{x+3}b^{1-2x})(4a^{3x-1}b^{2x}-5a^{3x-2}b^{2x+1}+3a^{3x-3}b^{2x+2})$
$=(-7a^{x+3}b^{1-2x})(4a^{3x-1}b^{2x})+(-7a^{x+3}b^{1-2x})(-5a^{3x-2}b^{2x+1})+(-7a^{x+3}b^{1-2x})(3a^{3x-3}b^{2x+2})$
$=-28a^{4x+2}b+35a^{4x+1}b^2-21a^{4x}b^3$

Ejercicios Propuesto

Realiza los siguientes productos:

1. $(-3m)(5m^4-3m^3+6m-3)$
2. $(-3ab)(2a^2-7ab+8b^2)$
3. $(-5xy^2z)(7x^6y^2z-3x^5y-4xz)$
4. $(5m^3n-3m^4p+6m^2)(8mp^3)$
5. $(-2x^{n-2})(7x^5-8x^2+6x^3-9x+2)$
6. $(3a^{2x+1}b^{4x}-7a^{2x}b^{4x+1}-4a^xb^{3x+1})(-3a^{x+1}b^{1-x})$
7. $(-5x^{2m}y^{n+1})(5x^{3m}y^{2n}-2x^{3m+1}y^{2n+1}-4x^{3m+2}y^{2n+2})$
8. $(\frac{4}{3}x^3y)(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{3}y^2+6xy)$
9. $(\frac{2}{5}a^6-\frac{7}{2}a^4b^2+\frac{8}{5}a^2b^4-\frac{1}{16}b)(\frac{4}{5}ab^2c)$
10. $(\frac{4}{5}a^{6m+1}b^{2m}-\frac{7}{2}a^{m+3}c^m)(-5a^3c^4)$
11. $(-\frac{4}{5}m^xn^4)(\frac{4}{3}m^{2x+3}n^{3a}-\frac{5}{4}m^{2x+2}n^{3a-1}-\frac{7}{2}m^{2x}n)$

Polinomio por polinomio

Para multiplicar polinomios por polinomios, se siguen los pasos indicados en los siguientes ejemplos:

Ejemplos:

1. Efectúa la siguiente operación: $(5x^2-3x-2)(4x-3x^2-6)$

   Solución

   Se escriben los factores de la multiplicación en forma escalonada (como en las multiplicaciones aritméticas), y se ordenan los polinomios con respecto a los exponentes en forma ascendente o descendente, según se quiera.

$$\begin{array}{cccc} & 5x^2 & -3x & -2 \\ \times & 4x & -3x^2 & -6 \\ \hline \end{array}$$

Se multiplica el primer término del polinomio de abajo por cada uno de los términos del polinomio de arriba.

$$\begin{array}{rrrr} & 5x^2 & -3x & -2 \\ \times & 4x & -3x^2 & -6 \\ \hline & -15x^4 & +9x^3 & +6x^2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (-3x^2)(5x^2) = -15x^4 \\ (-3x^2)(-3x) = +9x^3 \\ (-3x^2)(-2) = +6x^2 \end{array}$$

A continuación se multiplica el segundo término del polinomio de abajo por cada uno de los términos del polinomio de arriba y los resultados se colocan debajo de sus respectivos términos semejantes del primer resultado.

$$\begin{array}{rrrrr} & 5x^2 & -3x & -2 & \\ \times & 4x & -3x^2 & -6 & \\ \hline & -15x^4 & +9x^3 & +6x^2 & \\ & & 20x^3 & -12x^2 & -8x \end{array} \qquad \begin{array}{l} (4x)(5x^2) = 20x^3 \\ (4x)(-3x) = -12x^2 \\ (4x)(-2) = -8x \end{array}$$

Se repite el paso anterior para cada uno de los términos siguientes (si es que existe).

$$\begin{array}{rrrrrr} & 5x^2 & -3x & -2 & & \\ \times & 4x & -3x^2 & -6 & & \\ \hline & -15x^4 & +9x^3 & +6x^2 & & \\ & & 20x^3 & -12x^2 & -8x & \\ & & & -30x^2 & 18x & +12 \end{array} \qquad \begin{array}{l} (-6)(5x^2) = -30x^2 \\ (-6)(-3x) = 18x \\ (-6)(-2) = 12 \end{array}$$

Por último, se realiza la suma.

$$\begin{array}{rrrrrr} & 5x^2 & -3x & -2 & & \\ \times & 4x & -3x^2 & -6 & & \\ \hline & -15x^4 & +9x^3 & +6x^2 & & \\ & & 20x^3 & -12x^2 & -8x & \\ & & & -30x^2 & 18x & +12 \\ \hline & -15x^4 & +29x^3 & -36x^2 & +10x & +12 \end{array}$$

Por consiguiente, el resultado es:$-15x^4 + 29x^3 - 36x^2 + 10x + 12$

2. Efectúa la siguiente operación:$(5x^4y - 3x^2y^3 - 6xy)(3x^4y - 4x^2y^3 + 3xy)$
   Solución
   Se acomodan los polinomios de manera vertical y se realiza el procedimiento descrito en el ejemplo anterior.

	$5x^4y$	$-3x^2y^3$	$-6xy$			
$\times$	$3x^4y$	$-4x^2y^3$	$+3xy$			
	$15x^8y^2$	$-9x^6y^4$	$-18x^5y^2$			
		$-20x^6y^4$		$+12x^4y^6$	$24x^3y^4$	
			$+15x^5y^2$		$-9x^3y^4$	$-18x^2y^2$
	$15x^8y^2$	$-29x^6y^4$	$-3x^5y^2$	$+12x^4y^6$	$+15x^3y^4$	$-18x^2y^2$

   Por tanto, el resultado es:$15x^8y^2 - 29x^6y^4 - 3x^5y^2 + 12x^4y^6 + 15x^3y^4 - 18x^2y^2$

Ejercicios Propuestos

Efectúa los siguientes productos.

1. $(x-7)(x+2)$
2. $(m+9)(m-8)$
3. $(-x+2)(3-x)$
4. $(3x+7)(x+4)$
5. $(2x-5)(3x+2)$
6. $(n^2+4)(n^2-7)$
7. $(\frac{1}{2}x-3)(x+\frac{4}{3})$
8. $(\frac{5}{3}x-\frac{1}{2}y)(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}y)$
9. $(\frac{3}{2}y-\frac{1}{3}x)(-\frac{4}{5}x-\frac{1}{2}y)$
10. $(x^2-2xy+y^2)(x-y)$
11. $(m^2-mn+n^2)(m+n)$
12. $(5x^2-7y^2-4xy)(3x-2y)$
13. $(\frac{1}{5}a^2-3ab+\frac{1}{3}b^2)(\frac{2}{3}a-\frac{7}{2})$
14. $(\frac{5}{2}x^2+\frac{1}{5}y^2-\frac{3}{4}xy)(4x-\frac{1}{3}y)$
15. $(m^{x-1}-na-1)(m-n)$
16. $(b^m-b^{m+1}+b^{m+2})(b+1)$
17. $(2x^{m+1}+x^{m+2}-x^m)(x^{m+3}-2x^{m+1})$
18. $(x^{a+2}-2x^a+3x^{a+1})(x^a+x^{a+1})$
19. $(3x^2-5x-2)(2x^2-7x+4)$
20. $(4x^3-2x^2y+6xy^2)(x^2y-xy^2-2y^3)$
21. $(m+n-p)(m-p-n)$
22. $(2m-3n+5p)(n+2p-m)$
23. $(a+b-c)(a-b+c)$
24. $(x^2-2x+1)(x^4-2x^2+2)$
25. $(\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2})(6x^2-4x-2)$
26. $(x^m+x^{m+1}-x^{m+2})(x^m-x^{m+1}+x^{m+2})$

Productos Notables

Definición

Los productos notables se obtienen con un simple desarrollo, sin necesidad de efectuar el producto.

Cuadrado de un binomio

El desarrollo de la suma de dos cantidades al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo; esta regla general se expresa con la fórmula:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

<u>Ejemplos:</u>

1. Desarrolla $(x+7)^2$

   Solución

   Al aplicar la regla general:

   $\longrightarrow$ El cuadrado del primer término:$(x)^2 = x^2$

   $\longrightarrow$ El doble producto del primer término por el segundo:$2(x)(7) = 14x$

   $\longrightarrow$ El cuadrado del segundo término:$(7)^2 = 49$

   Se suman los términos resultantes y se obtiene:

   $(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$

2. ¿Cuál es el resultado de desarrollar $(3m+5n)^2$

   Solución

   $$(3m+5n)^2 = (3m)^2 + 2(3m)(5n) + (5n)^2 = 9m^2 + 30mn + 25n^2$$

3. Desarrolla $(\frac{1}{2}a+3)^2$.

   Solución

   $$(\tfrac{1}{2}a+3)^2 = (\tfrac{1}{2}a)^2 + 2(\tfrac{1}{2}a)(3) + (3)^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + 3a + 9$$

4. Desarrolla $(5m^{2x-3}+n^{4x})^2$

   Solución

   $$(5m^{2x-3}+n^{4x})^2 = (5m^{2x-3})^2 + 2(5m^{2x-3})(n^{4x}) + (n^{4x})^2 =$$
   $$25m^{4x-6} + 10m^{2x-3}n^{4x} + n^{8x}$$

El desarrollo del cuadrado de una diferencia de dos cantidades, es igual a:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

En este desarrollo los términos se sustituyen con signo positivo, como lo ilustran los siguientes ejemplos:
Ejemplos:

1. ¿Cuál es el desarrollo de $(4x^4 - 9y^3)^2$ **Solución**

$$(4x^4 - 9y^3)^2 = (4x^4)^2 - 2(4x^4)(9y^3) + (9y^3)^2 = 16x^8 - 72x^4y^3 + 81y^6$$

2. Desarrolla $(3x^2y - 2x^5z)^2$
Solución

$$(3x^3y - 2x^5z)^2 = (3x^3y)^2 - 2(3x^3y)(2x^5z) + (2x^5z)^2 = 9x^6y^2 - 12x^8yz + 4x^10z^2$$

Cuadrado de un trinomio
El desarrollo de la expresión: $(a+b+c)^2$ es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los términos, más los dobles productos de las combinaciones entre ellos:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

Ejemplos:

1. Desarrolla $(x + 2y + 3z)^2$
Solución

$$(x+2y+3z)^2 = (x)^2 + (2y)^2 + (3z^2) + 2(x)(2y) + 2(x)(3z) + 2(2y)(3z) = \\ x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6xz$$

2. Obtén el resultado de $(4m - 7n - 5)^2$
Solución

$$(4m-7n-5)^2 = (4m)^2 + (-7n)^2 + (-5)^2 + 2(4m)(-7n) + 2(-7n)(-5) + \\ 2(4m)(-5) = 16m^2 + 49n^2 + 25 - 56mn + 70n - 40m$$

3. Desarolla $(\frac{1}{2}x^{m+1} + 2x^m + x^{m-1})^2$
Solución

$$(\tfrac{1}{2}x^{m+1} + 2x^m + x^{m-1})^2 = \\ (\tfrac{1}{2}x^{m+1})^2(2x^m)^2(x^{m-1})^2 + 2(\tfrac{1}{2}x^{m+1})(2x^m) + 2(2x^m)(x^{m-1}) + 2(\tfrac{1}{2}x^{m+1})(x^{m-1}) \\ = \tfrac{1}{4}x^{2m+2} + 4x^{2m} + x^{2m-2} + 2x^{2m+1} + 4x^{2m-1} + x^{2m}$$

Ejercicios Propuestos

Desarrolla las siguientes expresiones

1. $(x+8)^2$
2. $(m-10)^2$
3. $(a-3)^2$
4. $(2a-1)^2$
5. $(\frac{5}{4}x-\frac{1}{3})^2$
6. $(7a-3b)^2$
7. $(4x^3+5y)^2$
8. $(9a^3-a^2b)^2$
9. $(1-\frac{3}{4}xy)^2$
10. $(\frac{1}{4}x-2y^3)^2$
11. $(\frac{2}{3x}-\frac{1}{4y})^2$
12. $(3x^2+4xy^7)^2$
13. $(6x^{3m-2}+5y^{4m}z^3)^2$
14. $(m^{4a-5}+2x^{2a+1})^2$
15. $(\frac{4}{5}a^{2m-1}-\frac{3}{2}b)^2$
16. $(\frac{5}{3}x^{3a-2}+\frac{6}{5}y^{1-3a})^2$
17. $(\frac{x^{4a}}{5}-\frac{b^{4x}y^{a+1}}{5})^2$
18. $(x+2y+3z)^2$
19. $(3x-2y+1)^2$
20. $(a^2+5a+4)^2$
21. $(3x^2+2y^2-1)^2$
22. $(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b+c)^2$
23. $(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}-\frac{1}{z})^2$
24. $(a^x-b^y+c^z)^2$
25. $(a^{x+1}-2a^x-a^{x-1})^2$

Binomios conjugados

Son de la forma $(a+b)(a-b)$ y su resultado es la diferencia de los cuadrados de ambas cantidades, como se ilustraen la fórmula:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Ejemplos:

1. Desarrolla $(x+6)(x-6)$
   Solución
   $$(x+6)(x-6)=(x)^2-(6)^2=x^2-36$$
2. Desarrolla $(m-4)(m+4)$
   Solución
   $$(m-4)(m+4)=(m)^2-(4)^2=m^2-16$$

3. Resuelve $(-2x^3+7)(-2x^3-7)$
   Solución

$$(-2x^3+7)(-2x^3-7) = (-2x^3)^2 - (7)^2 = 4x^6 - 49$$

4. Desarrolla $(\frac{10}{3} - \frac{3m^4}{2})(\frac{10}{3} + \frac{3m^4}{2})$
   Solución

$$(\tfrac{10}{3} - \tfrac{3m^4}{2})(\tfrac{10}{3} + \tfrac{3m^4}{2}) = (\tfrac{10}{3})^2 - (\tfrac{3m^4}{2})^2 = \tfrac{100}{9} - \tfrac{9m^8}{4}$$

5. Resuelve $(5x^{2a-3}+y^{4m})(5x^{2a-3}-y^{4m})$
   Solución

$$(5x^{2a-3}+y^{4m})(5x^{2a-3}-y^{4m}) = (5x^{2a-3})^2 - (y^{4m})^2 = 25x^{4a-6} - y^{8m}$$

Productos donde se aplican binomios conjugados
<u>Ejemplos:</u>

1. El resultado de $(m+n-p)(m+n+p)$ es:
   Solución
   Los elementos de ambos factores se agrupan de la siguiente manera:

$$[(m+n)-p][(m+n)+p] = (m+n)^2 - p^2$$

   Se desarrolla el binomio y, fi nalmente, el resultado es:

$$m^2 + 2mn + n^2 - p^2$$

2. Desarolla $(x+y-3)(x-y+3)$
   Solución
   El producto se expresa de la siguiente manera y se procede a aplicar el producto de binomios conjugados:

$$\begin{aligned}(x+y-3)(x-y+3) \quad &= [x+(y-3)][x-(y-3)] \\ &= (x)^2 - (y-3)^2 \\ &= x^2 - y^2 + 6y - 9\end{aligned}$$

3. ¿Cuál es el resultado de $(2x-3y-z+5)(2x-3y+z-5)$
   Solución
   Se agrupan los términos y se aplica la fórmula para binomios conjugados:

$$\begin{aligned}(2x-3y-z+5)(2x-3y+z-5) &= [(2x-3y)-(z+5)][(2x-3y)+(z-5)]\\ &= (2x-3y)^2-(z+5)^2\end{aligned}$$

Se desarrollan los binomios, se eliminan los paréntesis y se ordenan los términos:

$$\begin{aligned}&= (4x^2-12xy+9y^2)-(z^2-10z+25)\\ &= 4x^2-12xy+9y^2-z^2+10z-25\\ &= 4x^2+9y^2-z^2-12xy+10z-25\end{aligned}$$

Ejercicios Propuestos

Desarrolla los siguientes productos:

1. $(x+3)(x-3)$
2. $(a-1)(a+1)$
3. $(k-8)(k+8)$
4. $(4m-9n)(4m+9n)$
5. $(5x^4y+4z)(5x^4y-4z)$
6. $(7a^4b^3-cd^5)(7a^4b^3+cd^5)$
7. $(\frac{3}{5}m+1)(\frac{3}{5}m-1)$
8. $(\frac{7}{6}x^3-\frac{3}{2})(\frac{7}{6}x^3+\frac{3}{2})$
9. $(3a^{x-4}+b^{3x})(3a^{x-4}-b^{3x})$
10. $(8y^{2a-3}-4x^{4a}])(8y^{2a-3}+4x^{4a}])$
11. $(a+b-c)(a+b+c)$
12. $(x+y-3)(x+y+3)$
13. $(4x+3y-z)(4x-3y+z)$
14. $(x^2-xy+y^2)(x^2+y^2+xy)$
15. $(m^4-m^2-m)(m^4+m^2+m)$
16. $(\frac{1}{2}m-\frac{2}{3}n-\frac{1}{4})(\frac{1}{2}m+\frac{2}{3}n+\frac{1}{4})$

Binomios con término común

Son de la forma $(x+a)(x+b)$, su resultado es un trinomio cuyo desarrollo es el cuadrado del término común, más la suma de los términos no comunes por el término común, más el producto de los no comunes.

Ejemplos:

1. Desarrolla $(x-6)(x+4)$
   Solución

$$(x-6)(x+4) = x^2+(-6+4)x+(-6)(4) = x^2-x-24$$

2. Resuelve $(5x-4)(5x-2)$
   Solución

$$\begin{aligned}(5x-4)(5x-2) &= (5x)^2+(-4-2)(5x)+(-4)(-2)\\ &= 25x^2-6(5x)-6 = 25x^2-30x-6\end{aligned}$$

3. ¿Cuál es el resultado de $(n^4+10)(n^4-8)$
   Solución

$$(n^4+10)(n^4-8) = (n^4)^2+(10-8)n^4+(10)(-8) = n^8+2n^4-80$$

4. Desarrolla $(x+y-3)(x+y+7)$.
   Solución

$$\begin{aligned}(x+y-3)(x+y+7) &= [(x+y)-3][(x+y)+7]\\ &= (x+y)^2+(-3+7)(x+y)+(-3)(7)\\ &= (x+y)^2+(4)(x+y)+(-21)\\ &= x^2+2xy+y^2+4x+4y-21\end{aligned}$$

5. Desarolla $(2m+3n-4)(2m-5n+2)$.
   Solución

$$\begin{aligned}(2m+3n-4)(2m-5n+2) &= [2m+(3n-4)][2m+(-5n+2)]\\ &= (2m)^2+(3n-4-5n+2)(2m)+(3n-4)(-5n+2)\\ &= 4m^2+(-2n-2)(2m)+(-15n^2+6n+20n-8)\\ &= 4m^2+(-4mn-4m)+(-15n^2+26n-8)\\ &= 4m^2-4mn-4m-15n^2+26n-8\\ &= 4m^2-15n^2-4mn-4m+26n-8\end{aligned}$$

Ejercicios Propuestos

Resuelve los siguientes productos:

1. $(x-8)(x+5)$
2. $(m+7)(m-4)$
3. $(x-10)(x-2)$
4. $(x-1)(x-8)$
5. $(m-3)(m+8)$
6. $(2x-6)(2x+4)$
7. $(3m+6)(3m-4)$
8. $(6x-4)(6x+3)$

9. $(x^2-10)(x^2+6)$
10. $(m^3-4)(m^3-8)$
11. $(\frac{1}{3}m+\frac{2}{5})(\frac{1}{3}m-\frac{1}{2})$
12. $(\frac{3}{4}y+\frac{1}{6})(\frac{3}{4}y-\frac{5}{8})$
13. $(\frac{6}{5}x^2-\frac{1}{4}y^2)(\frac{6}{5}x^2+\frac{1}{3}y^2)$
14. $(a+b+3)(a+b+4)$
15. $(a-2b+1)(a-2b+5)$
16. $(m^2+n^2-5)(m^2+n^2+9)$
17. $(2x+y+2)(2x+y-1)$
18. $(a+5b+c)(a-5b+c)$

Cubo de un binomio

Es de la forma $(a+b)^3$, su desarrollo es un polinomio de cuatro términos al que se llama cubo perfecto y su desarrollo es el cubo del primer término, más el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \mp 3a^2b \pm 3ab^2 \mp b^3$$

Ejemplos:

1. Desarrolla $(m+5)^3$

$$\begin{aligned}(m+5)^3 &= (m)^3+3(m^2)(5)+3(m)(5)^2+(5)^3\\ &= m^3+15m^2+75m+125\end{aligned}$$

2. Desarrolla el siguiente binomio $(x-4)^3$.
Solución

$$\begin{aligned}(x-4)^3 &= (x)^3+3(x)^2(-4)+3(x)(-4)^2+(-4)^3\\ &= x^3-12x^2+48x+64\end{aligned}$$

3. ¿Cuál es el resultado de $(3x^4-2y^3)^3$.
Solución

$$\begin{aligned}(3x^4-2y^3)^3 &= (3x^4)^3+3(3x^4)^2(-2y^3)+3(3x^4)(-2y^3)^2+(-2y^3)^3\\ &= 27x^12-54x^8y^3+36x^4y^6-8y^9\end{aligned}$$

Ejercicios Propuestos

Resuelve los siguientes productos:

a) $(x-1)^3$

b) $(m+6)^3$

c) $(x-2)^3$

d) $(2x+1)^3$

e) $(3a-4)^3$

f) $(5m^2+2n^5)^3$

g) $(4x^2+2xy)^3$

h) $(3m^4-4m^3n)^3$

i) $(x+\frac{1}{3})^3$

j) $(x-\frac{1}{8})^3$

k) $(\frac{2}{3}x-\frac{1}{4})^3$

l) $(\frac{1}{3}x^4+y)^3$

m) $(2x^{2a-3}-3y^{4a+1})^3$