ENCUENTRO # 9
TEMA:Operaciones con polinomios

CONTENIDOS:

1. Polinomios. Clasificación.
2. Operaciones con polinomios.
3. Signos de agrupación.

DESARROLLO

EJERCICIO RETO

1. El resultado de $\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$ es:
   A)$\sqrt[3]{a}$ B)$\sqrt[4]{a^3}$ C)a D)a^3
2. al realizar la siguiente operación y simplificar $2\sqrt[4]{16y^5} + 3\sqrt[4]{81y^13} - 4y\sqrt[4]{y}$ se obtiene:(EXAMEN DE INGRESO UNI 2012)
   A)$4y\sqrt[4]{3y}$ B)$5y^3\sqrt[4]{y}$ C)$9y^3\sqrt[4]{y}$ D)$y(4+5y^2)\sqrt[4]{y}$ E)$-y^2\sqrt[4]{y}$

Expresiones algebraicas Se conoce así a la combinación de números reales (constantes) y literales o letras (variables) que representan cantidades, mediante operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación.
Ejemplo:
$3a + 2b - 5$ en esta expresión son constantes $3, 2, -5$y las variables son a y b.
$(z^2+8)(5z^4-7)$, en esta expresión son constantes $8, 5, -7$, variable “zz 2, 4 exponente.
Término algebraico Es un sumando de un expresión algebraica y representa una cantidad. A todo término algebraico se le denomina monomio y consta de coeficeniete,parte literal (base y exponente).
Ejemplo:

Término	Coeficiente	Base(s)	Exponente(s)
$-8y^3$	-8	y	3
$\frac{1}{23}mn^x$	$\frac{1}{3}$	m, n	$1, x$
$-\frac{3}{4}(2x+1)^{-2}$	$-\frac{3}{4}$	$2x+1$	-2

Términos semejantes dos o más términos son semejantes cuando tiene la misma parte literal, o sea cuando los mismos exponentes afectan a las mismas bases.
Ejemplos:
Los siguientes términos tienen las mismas bases con sus respectivos exponentes iguales, por lo consiguiente son semejantes.

$$-7b \text{ con } 4b \qquad -8x^2y^3 \text{ con } 7x^2y^3 \qquad \frac{1}{6}abc^2 \text{ con } abc^2$$

Reducción de términos semejantes
Para simplificar expresiones que involucren términos semejantes, se suman o restan los coeficientes.
Ejemplos:

1. Simplifca la expresión $-7a + 3a$
   Solución
   Se agrupan los coefi cientes y se realiza la operación que da como resultado:
   $$-7a + 3a = (-7 + 3)a = -4a$$
2. ¿Cuál es el resultado de simplificar $-6xy^2 + 9xy^2 - xy^2$.
   Solución
   Se agrupan los coeficientes y se realiza la operación para obtener el resultado:
   $$-6xy^2 + 9xy^2 - xy^2 = (-6 + 9 - 1)xy^2 = 2xy^2$$
3. Reduce la expresión $10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$.
   Solución
   Se efectúa el mismo procedimiento que en los ejemplos anteriores y se obtiene:
   $$10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b = (-10 + 5 - 6 + 11)x^{2a}y^b = 0x^{2a}y^b = 0$$
4. Simplifica la expresión $7x - 3y + 4z - 12x + 5y + 2z - 8y - 3z$
   Solución
   Se agrupan los términos semejantes:
   $$7x - 3y + 4z - 12x + 5y + 2z - 8y - 3z = 7x - 12x - 3y + 5y - 8y + 4z + 2z - 3z$$
   Se realiza la reducción:
   $$= (7 - 12)x + (-3 + 5 - 8)y + (4 + 2 - 3)z = -5x - 6y + 3z$$

5. Simplifica $0{,}5a^3b - 3ab^3 - 55a^3b + 0{,}75ab^3 - \frac{2}{3}a^3b$
   Solución
   Se expresan los decimales en fracciones, se agrupan y simplifican los términos semejantes.

$$0{,}5a^3b - 3ab^3 - 55a^3b + 0{,}75ab^3 - \frac{2}{3}a^3b = \frac{1}{2}a^3b - 3ab^3 - 5a^3b + \frac{3}{4}ab^3 - \frac{2}{3}a^3b$$
$$= \frac{1}{2}a^3b - 5a^3b - \frac{2}{3}a^3b - 3ab^3 + \frac{3}{4}ab^3 = (\frac{1}{2} - 5 - \frac{2}{3})a^3b + (-3 + \frac{3}{4})ab^3$$
$$= -\frac{31}{6}a^3b - \frac{9}{4}ab^3$$

Ejercicios Propuestos

Simplifica:

1. $3x - 8x$
2. $6a^2b + 7a^2b$
3. $4xy^4z^3 - 4xy^4z^3$
4. $-2a^2b + 12a^2b$
5. $-3a + 5a - 10a$
6. $4x - 3x - 2x$
7. $7ab + 4ab - 3ab$
8. $5a^2 - 7a^2 + 3a^2 - 2a^2$
9. $-m + n + m + n$
10. $\frac{1}{4}a^3b - \frac{3}{5}a^3b + \frac{1}{6}a^3b$
11. $-3a^{x+1} + 2a^{x+1} - a^{x+1} + 2a^{x+1}$
12. $0{,}25b - 0{,}4b + 0{,}2b$
13. $\frac{1}{2}ab^3c - \frac{3}{2}ab^3c - ab^3c$
14. $4m^{x-2} - 10m^{x-2} + 3m^{x-2}$
15. $12a^2b + 3ab^2 - 8a^2b - 10ab^2 - 3a^2b + 6ab^2$
16. $9a^3b^2c - 5a^2bc^2 - 12a^3b^2c + 3a^2bc^2 + 4a^3b^2c$
17. $-3x^2 + 2y^2 - 7 + 10x^2 - 12y^2 + 15$

18. $-81m^2 - 17mn + 15n^2 + 20m^2 + 3mn - 17n^2 + 53m^2 + 18mn + 7n^2$

19. $x^{2a+1} - 3x^{3a-2} - 7x^{2a+1} - 4x^{3a-2} + 8x^{2a+1} + 12x^{3a-2}$

20. $-3a^{m+5} + 10x^{m+2} + 2a^{m+5} - 3x^{m+2} - 8a^{m+5}$

21. $-\frac{5}{4}a^2 - \frac{3}{2}ab + \frac{1}{2}a^2 + 5ab - 3a^2 - \frac{1}{2}ab$

22. $\frac{2}{3}x^{m-1} - \frac{1}{10}b^{m-2} + \frac{1}{2}x^{m-1} - \frac{3}{4}b^{m-2} - 4x^{m-1}$

Valor numérico

El valor numérico de una expresión algebraica se obtiene al sustituir a las literales o letras con sus respectivos valores numéricos y entonces se realizan las operaciones indicadas.

Ejemplos:

1. Determina el valor numérico de la expresión:$x^4y^2z^3$; si $x = 4, y = 3, z = \frac{1}{2}$
   Solución
   Se sustituyen los respectivos valores dex, y, z y se efectúan las operaciones indicadas para obtener el valor numérico de la expresión:

$$x^4y^2z^3 = (4)^4(3)^2(\tfrac{1}{2})^3 = (256)(9)(\tfrac{1}{8}) = \tfrac{2304}{8} = 288$$

2. ¿Cuál es el valor numérico de $\frac{5x^2}{3} - \frac{2xy}{5} - \frac{y}{3x}$, si $x = 2, y = \frac{1}{4}$
   Solución
   Se sustituyen los respectivos valores de x, y y se efectúan las operaciones indicadas para obtener el valor numérico de la expresión:

$$\frac{5x^2}{3} - \frac{2xy}{5} - \frac{y}{3x} = \frac{5(2)^2}{3} - \frac{2(2)(\frac{1}{4})}{5} - \frac{\frac{1}{4}}{3(2)}$$
$$= \frac{5(4)}{3} - \frac{\frac{4}{4}}{5} - \frac{\frac{1}{4}}{6} = \frac{20}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{24} = \frac{800-24-5}{120} = \frac{771}{120} = \frac{257}{40}$$

Ejercicios Propuestos

Encuentra el valor numérico de cada una de las siguientes expresiones si: $m = -2, n = 3, p = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{3}, y = 10, z = \frac{1}{2}$

1. $2m + n$
2. $m - n + y$
3. $8p + 3x$
4. $\frac{2z+6x}{n}$
5. $5m - 2n + 3y$
6. $\frac{m}{n}(\frac{y}{s} + m + 6)$
7. $\frac{m^2+n^2+1}{p+x}$
8. $(\frac{z-x}{2m+n})^2$

9. $p^2 + 2px + x^2$
10. $m^2 - 3mn + n^2$
11. $\frac{p}{x} - \frac{y}{z} + 3$
12. $\frac{m^2}{2} + \frac{n^2}{3} + \frac{y^2}{4}$
13. $\frac{mn}{z} + \frac{mp}{x} - \frac{np}{m}$
14. $\frac{9x^2}{3} - \frac{8z^2}{2} + 3$
15. $2\sqrt{p} - \sqrt{\frac{3}{x}} + \sqrt{\frac{24}{5}xy}$
16. $\frac{8p-z}{2n} - \frac{12x-m}{z} + \frac{2}{x}$
17. $\frac{m^n}{32} - p^n + z^n$
18. $\frac{2(p-x)}{z} \div \frac{m^2+n^2}{p}$
19. $3(p-x)^m$
20. $\frac{5\sqrt{m^2n^2}}{2} + \frac{3\sqrt{6+y}}{4} - 3\sqrt{p}$

Lenguaje algebraico

Expresa oraciones de lenguaje común en términos algebraicos.

Ejemplos:

Expresa las siguientes oraciones del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Lenguaje común	**lenguaje algebraico**
Un número cualquiera	$m.$
Un número cualquiera aumentado en siete.	$j+7$
La diferencia de dos números cualesquiera.	$f-q$
El doble de un número excedido en cinco.	$2x+5$
La división de un número entero entre su antecesor.	$\frac{x}{x-1}$
La mitad de un número.	$\frac{d}{2}$
El cuadrado de un número.	y^2
La semisuma de dos números.	$\frac{b+c}{2}$
Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual a 12.	$\frac{2}{3}(x+5)=12$
Tres números naturales consecutivos.	$x, x+1, x+2$
Las tres quintas partes de un número más la mitad de su consecutivo equivalen a 3.	$\frac{3}{5}p + \frac{1}{2}(p+1) = 3$
La raíz cuadrada de la diferencia de dos cantidades.	$\sqrt{a-b}$

Ejercicios Propuestos

Expresa en lenguaje algebraico las siguientes oraciones:

1. Un número disminuido en tres.
2. El triple de un número excedido en ocho.
3. El cociente de dos números cualesquiera.
4. Tres números enteros pares consecutivos.

5. El cuadrado de la suma de dos números cualesquiera.
6. La suma de los cuadrados de dos números cualesquiera.
7. El recíproco de un número.
8. La raíz cúbica de la diferencia de dos números cualesquiera.
9. La suma de las raíces cuadradas de dos números cualesquiera.
10. El precio de un artículo disminuido en su 15
11. El exceso de 50 sobre el doble de un número.
12. Tres números impares consecutivos.
13. El área de un rectángulo, si se sabe que su largo mide tres unidades menos que el triple de su ancho.
14. La edad de una persona hace 10 años.
15. El exceso del cubo de un número sobre la mitad del mismo.
16. Los ángulos de un triángulo, si el primero es el doble del segundo.
17. La cantidad de alcohol en un recipiente de x litros de una mezcla si la concentración de alcohol es 30 %.
18. La edad de Alberto si tiene cuatro años más que el doble de la edad de Patricia.
19. Las dos terceras partes de un número, más el triple de su consecutivo, menos su recíproco equivale a 10.
20. El doble de un número equivale al triple de su antecesor excedido en siete.

Polinomios

Expresión algebraica que consta de varios términos algebraicos.

Clasificación de los polinomios según la cantidad de términos:
$\rightsquigarrow$*Monomio*: Es la mínima expresión algebraica que tiene un sólo término algebraico.
Ejemplos:
$\frac{2}{5}x \qquad a^2 \qquad 5x^3y^2 \qquad \frac{4x}{7}$

$\rightsquigarrow$*Binomio*: es un polinomio que consta de dos términos.

Ejemplos:

$x+2 \qquad a^2-9 \qquad m3+1 \qquad x+y$

$\rightsquigarrow$*Trinomio*:es un polinomio que consta de tres términos.

Ejemplos:

$x+y+z \qquad b^2-9b-10 \qquad m3+m+4 \qquad z^4-5z^2m-6m^2$

$\rightsquigarrow$ *Polinomio*:es un polinomio que consta de más de tres términos.

Ejemplos:

$a-x+y+z \qquad b^2-9b-10-5d^2 \qquad m3+-m^2-m+4 \qquad z^4+3z^3-5z^2m-6m^2$

Grado Absoluto de un Polinomio(GA)

Está dado por el término que tiene mayor grado absoluto.

Grado Relativo de un Polinomio(GR)

Está dado por el término de mayor exponente de la letra referida en dicho polinomio.

Ejemplo:

Determinar los grados del siguiente polinomio.$P=4x^4y^3z^5+8x^5y^4z^6+9x^6y^2z^8$ **Solución**

Como no se especifica qué grado debe darse, se obtendrán los dos grados: absoluto y relativo.

Grado absoluto de P

GA de $4x^4y^3z^5$...es 12 GA de $8x^5y^4z^6$...es 15 GA de $9x^6y^2z^8$...es 16

Luego el GA de P es 16.

Grado Relativo de P

Grado Relativo con respecto a $x=6$ (por ser el mayor exponente)

Grado Relativo con respecto a $y=4$ (por ser el mayor exponente)

Grado Relativo con respecto a $z=8$ (por ser el mayor exponente)

Suma y Resta de polinonios

$\rightsquigarrow$En la suma los polinomios se escriben uno seguido del otro y se reducen los términos semejantes.

Ejemplos:

1. Suma los siguientes polinomios: $5x^3-3x^2-6x-4; -8x^3+2x^2-3; 7x^2-9x+1$
   Solución
   Los polinomios se escriben de la siguiente forma y se realiza la reducción de términos semejantes:

   $$(5x^3-3x^2-6x-4)+(-8x^3+2x^2-3)+(7x^2-9x+1)=-3x^2+6x^2-15x-6$$

2. Efectúa la siguiente operación: $(2x-7y-3z+6)+(-9x+4z)+(-x+4y+z-8)$
   Solución
   Con un fin más práctico, se ordenan los polinomios haciendo coincidir los términos semejantes en columnas; asimismo, se reducen los coeficientes término a término.

$$\begin{array}{rrrrr} & 2x & -7y & -3z & +6 \\ & -9x & & +4z & \\ + & -x & +4y & +z & -8 \\ \hline & -8x & -3y & +2z & -2 \end{array}$$

3. Realiza la siguiente operación:$(\frac{1}{2}x^{a+1}-\frac{3}{4}y^{b-1}-\frac{1}{6})+(\frac{3}{2}x^{a+1}-\frac{1}{3}y^{b-1}-\frac{1}{4})$
   Solución
   Se acomodan en forma vertical los términos semejantes y se realiza la operación columna por columna:

$$\begin{array}{rrrr} & \frac{1}{2}x^{a+1} & -\frac{3}{4}y^{b-1} & -\frac{1}{6} \\ + & \frac{3}{2}x^{a+1} & -\frac{1}{3}y^{b-1} & -\frac{1}{4} \\ \hline & 2x^{a+1} & -\frac{5}{12}y^{b-1} & +\frac{1}{12} \end{array}$$

   Por consiguiente, el resultado es: $2x^{a+1}-\frac{5}{12}y^{b-1}+\frac{1}{12}$

⇝ En la resta es importante identificar el minuendo y el sustraendo, para posteriormente realizar la reducción de términos semejantes.
Ejemplos:

1. Realiza la siguiente operación:$(4a-2b-5c)-(3a-5b-7c)$.
   Solución
   En este ejemplo $4a-2b-5c$ representa al minuendo y $3a-5b-7c$ al sustraendo. Se suprimen los paréntesis y se procede a efectuar la reducción de términos semejantes.

$$\begin{aligned}(4a-2b-5c)-(3a-5b-7c) &= 4a-3a-2b+5b-5c+7c \\ &= a+3b+2c\end{aligned}$$

2. De $16x^2-7x-8$ restar $6x^2-3x+6$.
   Solución
   El minuendo es $16x^2-7x-8$ y el sustraendo es $6x^2-3x+6$, entonces al sustraendo se le cambia el signo $-(6x^2-3x+6)=-6x^2+3x-6$ y se acomodan los polinomios en forma vertical para realizar las operaciones entre los términos semejantes:

$$\begin{array}{ccc} 16x^2 & -7x & -8 \\ -6x^2 & +3x & -6 \\ \hline 10x^2 & -4x & -14 \end{array}$$

Por tanto, el resultado es:$10x^2 - 4x - 14$

3. Resta $-\frac{3}{4}a^2b - 6b^3 + 2a^3 - \frac{1}{2}ab^2$ de $\frac{1}{3}a^3 - 2b^3 + \frac{1}{3}a^2b - ab^2$.
Solución
En este caso el minuendo es $\frac{1}{3}a^3 - 2b^3 + \frac{1}{3}a^2b - ab^2$ y el polinomio sustraendo al cual se cambia el signo y se ordenacon respecto a los exponentes es:$-\frac{3}{4}a^2b - 6b^3 + 2a^3 - \frac{1}{2}ab^2$

$$-(-\frac{3}{4}a^2b - 6b^3 + 2a^3 - \frac{1}{2}ab^2) = -2a^3 + \frac{3}{4}a^2b + \frac{1}{2}ab^2 + 6b^3$$

Se acomodan los polinomios y se reducen los términos semejantes:

$$\begin{array}{cccc} \frac{1}{3}a^3 & +\frac{1}{3}a^2b & -ab^2 & -2b^3 \\ -2a^3 & +\frac{3}{4}a^2b & +\frac{1}{2}ab^2 & +6b^3 \\ \hline -\frac{5}{3}a^3 & +\frac{13}{12}a^2b & -\frac{1}{2}ab^2 & +4b^3 \end{array}$$

Finalmente, el resultado es:$-\frac{5}{3}a^3\frac{13}{12}a^2b - \frac{1}{2}ab^2 + 4b^3$

Ejercicios Propuestos

Realiza lo siguiente.

1. Suma los polinomios $3x - 8y - 2z; 7x + 3y + z$
2. Efectúa $(5x^2 - 5x + 6) + (2x^2 - 7x + 4) + (-6x^2 + 10x - 10)$
3. Suma $y^3 - y; 2y^2 - 5y + 7; 4y^3 - 5y^2 + 3y - 8$
4. Suma los polinomios $\frac{5}{2}x^2 - 5xy + \frac{2}{3}y^2; -\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}xy - \frac{1}{4}y^2; -2x^2 + \frac{1}{2}xy - \frac{3}{4}y^2$
5. Efectúa $(-\frac{1}{6}a^2 + \frac{1}{8}b^2 - \frac{1}{2}ab) + (-\frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{4}b^2 + \frac{5}{6}ab) + (-\frac{2}{3}b^2 + \frac{3}{4}ab + \frac{5}{6}a^2)$
6. ¿Cuál es el resultado de sumar $\frac{3}{8}b^{2x} - \frac{5}{6}b^x + b; -\frac{1}{4}b^{2x} + b^x - \frac{2}{3}b; -b^{2x} + 2b^x$?
7. $(\frac{1}{3}x^{1-y} - \frac{5}{4}x^{1-2y} - x^{1-3y}) + (-\frac{1}{6}x^{1-y} + \frac{2}{3}x^{1-3y} + x^{1-2y}) + (\frac{1}{2}x^{1-y} + \frac{1}{3}x^{1-2y})$
8. ¿Cuál es el resultado de $(3x^3 - 5x^2 - 6x + 3) - (2x^3 + 4x - 8)$
9. Efectúa $(4x^3y^2 - x^2y^3 + 6x^4y - 8xy^4) - (12x^2y^3 - 3xy^4 + 4x^3y^2 - 9x^4y)$

10. Realizar $(3x^{a+2} - 7x^{a+1} - 8x^a + 3x^{a-1}) - (4x^{a+2} + 6x^{a+1} - 7x^a - 9x^{a-1})$

11. ¿Cuál es el resultado de $(\frac{3}{2}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}) - (\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - \frac{2}{3}x - 1)$

12. Resta $16x^6y^4 - 3x^3y^2 + 8x^7y^5$ de $4x^7y^5 + 9x^3y^2 + 10x^6y^4$

13. Resta $3m^{x-6} - 7m^{x-5} + 8m^{x-9} - 12m^{x+1}$ de $4m^{x-9} - 6m^{x-5} + 2m^{x-2} - 8m^{x+1}$

14. Resta $\frac{1}{2}a^5b - \frac{3}{4}a^3b^3 - 6a^4b^2$ de $3a^3b^3 - 8a^5b - \frac{1}{4}a^4b^2 + \frac{1}{2}a^2b^4$

Signos de agrupación

Los signos de agrupación se utilizan para indicar que las cantidades en su interior se deben considerar como una sola. Los signos son:

a)Corchetes [] b)Paréntesis () c)Llaves {} d)Barras ||

Reglas para suprimir los signos de agrupación

$\rightsquigarrow$Si el signo de agrupación está precedido por el signo "+", éste se suprime y las cantidades que están dentro de él conservan su signo.

$$+(-a+b-c) = -a+b-c$$

$\rightsquigarrow$ Si el signo de agrupación está precedido por el signo "-", éste se suprime y cambia el signo de cada una de las cantidades que se encuentren dentro de él.

$$-(x-2y+3z) = -x+2y-3z$$
$$-|2x-3y| = -(2x-3y) = -2x+3y$$

$\rightsquigarrow$ Si en una expresión existen varios signos de agrupación se suprimen aquellos que no contengan otros. Este proceso se repite hasta llegar a una expresión que carezca de signos de agrupación.

<u>Ejemplo:</u>

1. Simplifica $2x + \{-[5y + (3x-z) + 2 - (-x+y-|z+4|)] - (-x+y)\}$
   Solución
   Se suprime las barras

   $$2x + \{-[5y + (3x-z) + 2 - (-x+t-z-4)] - (-x+y)\}$$

   Se suprimen los paréntesis:

   $$2x + \{-[5y + 3x - z + 2 + x - y + z + 4] + x - y\}$$

   Se suprimen los corchetes:

$$2x + \{-5y - 3x + z - 2 - x + y - z - 4 + x - y\}$$

Se suprimen las llaves:

$$2x - 5y - 3x + z - 2 - x + y - z - 4 + x - y$$

Se agrupan y reducen los términos semejantes:

$$2x - 5y - 3x + z - 2 - x + y - z - 4 + x - y = -x - 5y - 6$$

2. Simplifica $\frac{1}{2}x - \{\frac{3}{4}x - 2y + (2x - \frac{2}{3}y - [-x + \frac{1}{4}y - |x - y|])\}$
Solución
$= \frac{1}{2}x - \{\frac{3}{4}x - 2y + (2x - \frac{2}{3}y - [-x + \frac{1}{4}y - |x - y|])\}$
$= \frac{1}{2}x - \{\frac{3}{4}x - 2y + (2x - \frac{2}{3}y - [-x + \frac{1}{4}y - x + y])\}$
$= \frac{1}{2}x - \{\frac{3}{4}x - 2y + (2x - \frac{2}{3}y + x - \frac{1}{4}y + x - y)\}$
$= \frac{1}{2}x - \{\frac{3}{4}x - 2y + 2x - \frac{2}{3}y + x - \frac{1}{4}y + x - y\}$
$= \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + 2y - 2x + \frac{2}{3}y - x + \frac{1}{4}y - x + y$
$= -\frac{17}{4}x + \frac{47}{12}y$

Ejercicios Propuestos

Simplifica

1. $3x - \{2y - (5x + 3y)\}$
2. $-(6a - 3b) - \{5a - 9b - (2c - 9b)\}$
3. $-10x - (8x - 4y + 2z) + (5x - 4y - 2z) - (10x - 3y - 4z)$
4. $2a - \{7a - (3a - 7b) + (10a - 9b)\}$
5. $-(x + y) + [3x - 2y + \{-8x - 5y - (6x - 8y - 7y)\} - 6x]$
6. $8x^2 - \{3x^2 - 6y - |2x - 3y| - [9x^2 - 6y - 4x] - (2x^2 - 9y + 6x) - 3x^2\}$
7. $-\{-6x + 3y - (8x - [2y - 4x - |2x - 6y| + 10x] - 9y) + 12x\}$
8. $-9y + 3z - \{5x - 10y - 8z - (2x - 6y + 7z - [2x - 3y])\}$
9. $-6x + 8\{8y - (2x - [4x - 9y - 6z] - 7x) - 6y\} - (8x - [3y - 2z] - 9y)$
10. $\frac{2}{3}a - \{-\frac{1}{5}b - (2a - \frac{3}{5}b) + \frac{2}{3}a\} - \frac{1}{2}b$
11. $4x - \frac{2}{5}x - (3x - y) + \{\frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y - (\frac{1}{6}x - \frac{1}{3}y)\}$