

ENCUENTRO # 6

TEMA: Resolución de problemas con proporciones y tanto por ciento

CONTENIDOS:

1. Regla de tres compuesta.
2. Tanto por ciento.

DESARROLLO

1. El mínimo común múltiplo de dos números es 105 y su máximo común divisor es 5. ¿Cuál de los siguientes números puede representar la suma de estos dos números?
A)21 B)25 C)49 D)50
2. En una ciudad, $\frac{2}{3}$ de los hombres están casados con los $\frac{3}{5}$ de las mujeres. Si nunca se casan con forasteros. ¿Cuál es la proporción de solteros en dicha ciudad?
A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{7}{19}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{5}{12}$

Regla de tres compuesta

Se utiliza cuando se tienen más de 4 cantidades directa o inversamente proporcionales.

Ejemplo:

1. Una guardería con 250 niños proporciona 4 raciones de alimentos diarios a cada pequeño durante 18 días. Si la población aumenta en 50 niños, ¿cuántos días durarán los alimentos si se disminuyen a 3 raciones diarias?

Solución

Se forman las razones entre las cantidades.

A más niños los alimentos duran menos días, por tanto la proporción es inversa.

A menos raciones los alimentos duran más días, por tanto la proporción es inversa.

250 niños	4 raciones	18 días
300 niños	3 raciones	x días
Inversa	Inversa	

Las razones $\frac{250}{300}$ y $\frac{4}{3}$ se invierten y multiplican, la razón $\frac{18}{x}$ se iguala con el producto.

$$\left(\frac{300}{250}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{18}{x}$$

$$\text{Por tanto, } x = \frac{(18)(250)(4)}{(300)(3)} = \frac{18000}{900} = 20.$$

2. 15 cajas de aceite con 18 galones cuestan \$960, ¿cuánto cuestan 9 cajas con 20 galones?

Solución

Se forman las razones entre las cantidades.

Si el número de cajas disminuye el precio disminuye, por tanto es una proporción directa.

Si el número de galones aumenta el precio aumenta, por tanto es una proporción directa.

15 cajas	18 galones	\$960
9 cajas	20 galones	x días
Directa	directa	

Las razones $\frac{15}{9}$ y $\frac{18}{20}$ se multiplican sin invertir porque son directas y la razón $\frac{960}{x}$ se iguala con el producto.

$$\left(\frac{15}{9}\right) \left(\frac{18}{20}\right) = \frac{960}{x}$$

Entonces, $x = \frac{(960)(9)(20)}{(15)(18)} = \frac{17280}{270} = 640$.

Por consiguiente, 9 cajas de 20 galones cuestan \$640.

3. Se calcula que para construir una barda de 600 m en 18 días, trabajando 8 horas diarias, se necesitan 12 hombres, ¿cuántos días tardarán 8 hombres trabajando 6 horas diarias para construir una barda de 400 m?

Solución

Se forman las razones entre las cantidades.

12 hombres	8 horas	600m	18 días
8 hombres	6 horas	400m	x días
Inversa	Inversa	Directa	

$$\left(\frac{8}{12}\right) \left(\frac{6}{8}\right) \left(\frac{600}{400}\right) = \frac{18}{x}$$

Donde $x = \frac{(18)(12)(8)(400)}{(8)(6)(600)} = \frac{691200}{28800} = 24$.

Por lo tanto 8 hombres tardarán 24 días trabajando 6 horas diarias.

Ejercicios propuestos

1. Andrea lee un libro de 500 páginas en 20 días y lee 1 hora diaria, ¿cuántos minutos debe leer diariamente para que en condiciones iguales lea un libro de 800 páginas en 15 días?
2. El padre de Alejandro contrató a 15 obreros que, al trabajar 40 días durante 10 horas diarias, construyeron en su casa una alberca con capacidad para 80 000 litros de agua; si Alejandro contrata a 10 de esos obreros para que trabajen 6 horas diarias y construyan otra alberca con capacidad para 40 000 litros de agua, ¿cuántos días tardarán en construirla?
3. Una fábrica proporciona botas a sus obreros, si 4 obreros gastan 6 pares de botas en 120 días, ¿cuántos pares de botas gastarán 40 obreros en 300 días?
4. La tripulación de un barco la forman el capitán, 5 ayudantes y 6 investigadores. El capitán programa las raciones de agua a razón de 8 litros diarios para toda la tripulación en un viaje de 6 días, pero a la hora de zarpar 2 de los investigadores deciden quedarse. Debido a esto se decide que el viaje dure 2 días más, ¿cuál debe ser la ración diaria de agua?
5. Si 24 motocicletas repartidoras de pizzas gastan \$27 360 en gasolina durante 30 días trabajando 8 horas diarias, ¿cuánto dinero se deberá pagar por concepto de gasolina para 18 motocicletas que trabajan 10 horas diarias durante 6 meses? (considera meses de 30 días).
6. Una obra para ser terminada en 20 días se contrató a 15 obreros que trabajan 8 horas diarias. Habían trabajado ya dos días cuando se acordó que la obra quedase terminada tres días antes del plazo estipulado: para lo cual se contrató 5 obreros mas. Diga si la jornada deberá aumentarse o disminuirse y en cuanto.
7. Seis hombres trabajando durante 9 días, a razón de 8 horas diarias han hecho los $\frac{3}{8}$ de una obra. Si se refuerzan con 4 hombres, y los obreros trabajan ahora 6 horas diarias. ¿En cuánto días terminaran la obra?
8. En una campaña publicitaria 5 personas reparten 25 000 folletos en 10 días. ¿Cuántos días tardarán 8 personas en repartir 34 000 folletos?

Tanto por ciento

El tanto por ciento de una cantidad es el número de partes que se toman, de las cien en las que se divide dicha cantidad. Se representa con el símbolo % o en forma de fracción.

Ejemplo:

el 8 % de 48 equivale tomar centésimas $\left(\frac{8}{100} = 0,08\right)$ de 48, es decir, se divide 48 en 100 partes y se toman 8.

Para obtener un tanto por ciento se construye una regla de tres simple.

Ejemplo:

1. ¿Cuál es el 25 % de 150?

Solución

Se forma la regla de tres:

Supuesto: 100 % es a 150

Pregunta: 25 % es a x.

$$\frac{100}{25} = \frac{150}{x} \text{ donde } x = \frac{(150)(25)}{100} = 37,5$$

Por consiguiente 37.5 es el 25 % de 150.

2. Calcula el 12 % de 1 500.

Solución

Otra forma de obtener un porcentaje es hallar la fracción decimal $\frac{12}{100} = 0,12$ y multiplicarla por 1500, es decir:

$$(0,12)(1500) = 180$$

Entonces, 180 es el 12 % de 1500.

3. Obtén el $\frac{2}{3}$ % de 2400.

solución

Se forma la regla de tres:

Supuesto: 100 % es a 2400

Pregunta: $\frac{2}{3}$ % es a x

$$\frac{100}{\frac{2}{3}} = \frac{2400}{x} \text{ donde } x = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)(2400)}{100} = \frac{1600}{100} = 16$$

Entonces, 16 representa el $\frac{2}{3}$ % de 2400.

Ejercicios propuestos

Calcula los siguientes porcentajes:

- | | | | |
|-----------------|------------------|--------------------|-------------------------------|
| 1. 6 % de 300 | 6. 35 % de 4 500 | 11. 48 % de 6 520 | 16. 20.3 % de 372 |
| 2. 3 % de 50 | 7. 25 % de 5 000 | 12. 28 % de 5 848 | 17. $\frac{1}{5}$ % de 385 |
| 3. 4 % de 120 | 8. 50 % de 2 800 | 13. 3.5 % de 150 | 18. $\frac{1}{2}$ % de 8 750 |
| 4. 5 % de 163 | 9. 35 % de 715 | 14. 12 % de 3 856 | 19. $\frac{19}{6}$ % de 1 958 |
| 5. 8 % de 1 250 | 10. 75 % de 30 | 15. 9.8 % de 2 857 | 20. $\frac{12}{5}$ % de 345 |

Para obtener el 100 % de una cantidad, se emplea una regla de tres.

Ejemplos:

1. ¿De qué número 480 es el 30 %?

Solución

Se quiere encontrar el 100 %

Supuesto: 30 % es a 480

Pregunta: 100 % es a x.

Se forma la proporción.

$$\frac{30}{100} = \frac{480}{x} \text{ entonces } x = \frac{(480)(100)}{30} = \frac{48000}{30} = 1600$$

Por consiguiente, 480 es el 30 % de 1600.

Ejercicios propuestos

Encuentra el número del que:

- | | | |
|------------------|---------------------|------------------------|
| 1. 200 es el 4 % | 4. 1 585 es el 20 % | 7. 2 850 es el 30 % |
| 2. 125 es el 8 % | 5. 1 285 es el 80 % | 8. 213.75 es el 7.5 % |
| 3. 300 es el 5 % | 6. 1 485 es el 75 % | 9. 748.25 es el 20.5 % |

Para que obtengas el porcentaje que representa un número de otro, observa los siguientes ejemplos:

Ejemplos:

1. ¿Qué porcentaje de 985 representa 443.25?

Solución

Se establecen las proporciones:

Supuesto: 100 % es a 985

Pregunta: x es a 443.25

$$\frac{100}{x} = \frac{985}{443,35} \text{ entonces } x = \frac{(100)(443,25)}{985} = \frac{44325}{985} = 45$$

Por tanto, 443.25 es el 45 % de 985

2. ¿Qué porcentaje de 6 000 es 1 200?

Solución Se establecen las proporciones:

Supuesto: 100 % es a 6 000

Pregunta: x es a 1 200

$$\frac{100}{x} = \frac{6000}{1200} = \frac{(100)(1200)}{6000} = \frac{120000}{6000} = 20$$

Por tanto, 1200 es el 20 % de 6 000

Ejercicios propuestos

Calcula el porcentaje que representa:

1. 54 de 270

5. 956 de 3 824

9. 5616 de 15600

2. 6 720 de 28000

6. 6128.22 de 36000

10. 54000 de 160 000

3. 180 de 600

7. 13618.5 de 32425

4. 8 142 de 54280

8. 29399.29 de 127823

Resolución de problemas

Ejemplo:

1. Una tienda de aparatos electrónicos decide dar 30 % de descuento en toda su mercancía; si el precio normal de un televisor es de \$6000, ¿cuánto se pagará en caja?

Solución

Se obtiene el 30 % de \$6 000

$$(0,30)(6000) = 1800$$

El resultado se resta de 6000

$$6000 - 1800 = 4200$$

Otra forma de obtener el precio es:

Como hay un descuento del 30 %, al comprar el televisor sólo se pagará en caja el 70 % del precio normal, es decir:

$$\left(\frac{70}{100}\right)(6000) = (0,70)(6000) = 4200$$

Por tanto, el precio del televisor con el descuento será de \$4200.

2. Un ganadero tiene 240 reses de las cuales 25 % se enferma. De las reses enfermas sólo 5 % sobrevive y 30 % de las que no enfermaron se vendieron, ¿cuántas reses le quedaron al ganadero?

Solución

Se obtiene 25 % de 240

$$(0,25)(240) = 60$$

$$240 - 60 = 180 \text{ reses que no se enfermaron}$$

De las 60 reses enfermas sólo 5 % sobreviven.

$$(0,05)(60) = 3 \text{ reses sobreviven}$$

El ganadero vende 30 % de las 180 que no enfermaron.

$$(0,30)(180) = 54 \text{ reses vendidas}$$

Le quedan $180 - 54 = 126$. Por tanto, el ganadero tiene $126 + 3 = 129$ reses.

Problemas propuestos

1. Un salón tiene capacidad para 80 alumnos, 20 % se presenta puntualmente. ¿Cuántos estudiantes son impuntuales?
2. Una licuadora costó \$500, pero al comprarla se hizo un descuento de 12 % al cliente. ¿Cuál es el precio que se pagó?
3. El precio de una máquina de coser es de \$3500 y se pagó un enganche de 15 %. ¿Cuánto se adeuda?
4. Se compró una guitarra de \$12 500 al contado y se hizo un descuento de 8.5 %. ¿Cuánto se pagó?
5. ¿Cuál es el enganche de un televisor que costó \$5500 si se pidió de anticipo 21 % del precio?

6. Una persona vende una aspiradora en \$851, venta por la que obtuvo una utilidad de 15 % sobre el precio. ¿De cuánto fue su ganancia?
7. Una bicicleta de \$6 800 se compró con un enganche de 12 % y a pagar el saldo en 4 abonos mensuales. ¿De cuánto es cada pago?
8. Si un televisor cuesta \$10 500 y se da un enganche de 8 %, ¿cuánto se pagará en cada letra si el saldo es a cubrirse en 8 pagos?
9. Si Juan Carlos ganó 12 % al vender una bicicleta que le costó \$1 120, ¿en cuánto la vendió?
10. El valor de una casa es de \$655 000 al contado, pero al venderla a plazos se le carga 25.5 % de su precio. ¿Cuál es el costo final de la casa si se vende a plazos?
11. Javier pagó \$2 550 por una consola de videojuegos, la cual tenía un descuento de 15 %, ¿cuál era su precio sin descuento?
12. Antonio compró un reproductor de DVD en \$2 125, el aparato tenía 20 % de descuento; sin embargo, la persona que le cobró sólo le descontó 15 %, ¿cuánto tenía que haber pagado Antonio?
13. Un equipo de básquetbol tuvo 29 derrotas durante 80 juegos, ¿cuál fue el porcentaje de victorias?
14. Alejandro contestó 90 de 120 preguntas de un examen. Si está seguro de haber contestado correctamente 70 % de las 90, ¿cuántas preguntas de las restantes deberá contestar acertadamente para tener 70 % del examen bien contestado? 1
15. Adrián compró un automóvil en \$120 000, el precio incluía entre seguro, impuestos y accesorios 25 % más, ¿cuál era el precio del automóvil sin contar con seguro, impuestos y accesorios?
16. Paola compró una bicicleta de montaña en \$800, si el precio incluía una rebaja de 20 %, ¿cuál era el precio normal de la bicicleta?
17. Jaime tiene una deuda de \$180 000, si 30 % de esa cantidad se la debe a su hermano y el resto a su tío Alberto, ¿cuánto le debe a su tío?
18. Un fraccionamiento está dividido en lotes, arriba y en la parte inferior de un cerro. Un lote en la parte superior del cerro cuesta 15 % menos que en la parte inferior, si el precio de este último es de \$224 000, ¿cuál es el costo de un lote en la parte superior?

-
19. Un proveedor compra cajas con aguacates en \$60 cada una y las vende con una ganancia de 60 % por caja, ¿cuánto ganará si compra 80 cajas?
 20. Para aprobar un examen de 60 reactivos, Mónica tiene que contestar correctamente 75 % de éste, ¿cuál es el mínimo de preguntas que deberá contestar acertadamente para aprobarlo?
 21. En una liga de fútbol se juegan 49 partidos; si el equipo de Juan al final de la temporada tiene 20 victorias y 6 empates, ¿cuál es el porcentaje de derrotas?
 22. Un contenedor de leche con capacidad para 800 litros está lleno en sus dos quintas partes, si se agregan 80 litros más, ¿qué porcentaje del contenedor se encuentra lleno?
 23. En un partido de baloncesto, Ricardo encestró 4 tiros de 3 puntos, 6 de tiro libre y 8 de cualquier otra parte. Si en total hizo 40 tiros a la canasta, ¿cuál es el porcentaje de efectividad?
 24. En un librero hay 8 libros de cálculo diferencial, 5 de cálculo integral, 6 de álgebra y 10 de geometría, ¿cuál es el porcentaje de libros de geometría?
 25. Si en una escuela hay 320 alumnos, de los cuales 135 son mujeres, ¿cuál es el porcentaje de hombres?