Universidad Nacional de Ingeniería Hora: 7:00am a 10:00am

Prof. Yosbel Rodríguez Guzmán

Matemática Introductoria

Clase#3
Tema: Teoría de conjuntos. Porposiciones. Valor de verdad. Modificadores y conectivos.

LÓGICA

La lógica se ocupa del razonamiento a partir de las premisas, las cuales son proposiciones que dan la pauta para el proceso deductivo e inductivo. Analicemos algunos conceptos:
Inferir: Proceso de unir ideas para llegar a conclusiones verdaderas a partir de proposiciones verdaderas.
Proposición lógica: Es un enunciado que se califica como falso o verdadero, pero no ambos a la vez.

Ejemplos

a= "Cuba está en América"	**Verdadero (v)**
b="4 es número impar"	**Falso (f)**
c="El elefante es un ave"	**(f)**
d="Los perros ladran"	**(v)**
e="Hermosa tarde"	**No es una proposición**

Negación. Se obtiene negando o afirmando el enunciado y se denota por el símbolo ($\sim$).
Ejemplo:
Sea la proposición:
a="5 es número primo"
La negación de la proposición es:
$\sim a =$ **"5 no es un número primo"**

Tipos de proposiciones

Proposición lógica simple:Es aquella esá formada por un solo enunciado.
Ejemplo:
$t =$**"El delfín es un mamífero"**
$r =$ **"4 es número par"**
Proposición lógica compuesta. Es aquella que forman 2 o más proposiciones simples unidas por uno o más conectivos lógicos.

Ejemplo:
$a =$**"8 es un número par y 5 es un número primo"**
$b =$**"China esta en Asia o Colombia está en América"**
$c =$**"Si un volcán está en Perú, entonces está en América"**
$p =$**"8 es número par si y solo si es divisible por 2"**

Proposiciones compuestas

En el siguiente cuadro se muestran las distintas proposiciones compuestas con su respectivo conectivo lógico y símbolo.

Nombre	Conectivo Lógico	Símbolo
Negación	no	$\sim$
Disyunción	o	$\vee$
Conjunción	y	$\wedge$
Implicación	si entonces	$\Longrightarrow$
Doble implicación	Si y sólo si	$\Leftrightarrow$

Ejemplos:

1. Sean las proposiciones:
$a =$**“El tucan es un ave”**
$b =$ **“El león es un mamífero”**
Las disyunción entre las proposiciones es:
$a \vee b$ **“ El tucán es un ave o el león es un mamífero”**

2. 1. Sean las proposiciones:
$p =$**“4 es número par”**
$q =$ **“4 es número natural”**
Las conjunción entre las proposiciones es:
$a \wedge b$ **“4 es un número par y es un número natural”**

3. 1. Sean las proposiciones:
$p =$“$x \leq 8, \in Z$”
p$\wedge q =$ **“2 es divisor de 6 y es primo”**
$p \vee q =$ **“8 es número impar o es compuesto”**
Las negación entre las proposiciones es:
$a \sim p =$**“x$\not<$8 $\in$ Z.º** “$x > 8, x \in Z$”
$\sim (p \wedge q) =$**“No es verdad que 2 es divisor de 6 y es primo”**
$\sim (p \vee q) =$**“No es verdad qe 8 es número impar o es compuesto”**

4. Sean las proposiciones
$p =$ **“30 es múltiplo de 10”**
$q =$ **“30 es múltiplo de 5”**
La impliación entre las proposiciones siguientes es:
$p \Rightarrow q =$ **“Si 30 es un múltiplo de 10, entonces es múltiplo de 5.”**

5.Sea las siguientes proposiciones:
$p =$ "China está en hacia"
$q =$ "Cuba está en América"
La doble implicación entre las proposiciones es:
$p \Leftrightarrow q =$ "China está en Asia si y solo sí Cuba está en América"

Ejercicio propuesto

1. Sea las siguientes proposiciones
$p =$ "España esta en Europa"
$q =$ "Japón están en hacia"
Escribe las siguientes proposiciones:
1. $p \wedge q$ 2. $p \vee q$ 3. $\sim p$
4. $\sim q$ 5. $p \Rightarrow q$

Cálculo proposicional

Cuando una proposición se construye a partir de otras proposiciones, mediante conectivos lógicos, el valor de verdad lo determinan los valores de verdad de las proposiciones originales.
Dadas las proposiciones p y q, los valores de verdad de las proposiciones $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \Rightarrow q$, $p \Leftrightarrow q$ y $\sim p$, los determinan los valores de p y q.
El número de valores de verdad está dado por 2^n donde n representa en número de proposiciones.Para verificar el valor de verdad de una proposición compuesta se utilizan las siguientes tablas.

Tabla de verdad para la disyunción
La disyunción es verdadera, si una o las dos proposiciones son verdaderas

p	q	$p \vee q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Tabla de verdad para la conjunción
La conjunción es verdadera, si las dos proposiciones son verdaderas.

p	q	$p \vee q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Tabla de verdad para la implicación
La implicación es falsa, si la primera proposición es verdadera y la segunda es falsa.

p	q	$p \Rightarrow q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Tabla de verdad para la doble implicación
La doble implicación es verdadera, si las dos proposiciones son verdaderas o las dos son falsas.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
v	**v**	**v**
v	**f**	**v**
f	**v**	**f**
f	**f**	**v**

Tabla de verdad para la negación
En la negación de una proposición, su valor de verdad es el contrario del original.

p	$\sim p$
v	**f**
f	**v**

Construcción de tablas de verdad

Ejemplo:
1. Construye la tabla de verdad para $(p \wedge \sim q)$ y realiza una conclusión.
Solución
El número de proposiciones es 2, por tanto, el número de valores de verdad es $2^n = 2^2 = 4$, el resultado indica el número de reglones de la tabla.

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$
v	**v**	**f**	**f**
v	**f**	**v**	**v**
f	**v**	**f**	**f**
f	**f**	**v**	**f**

Conlusión: Se concluye que la tabla de valores de verdad es una contingencia.

2. Construye y da una conclusión de la tabla de verdad para $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
Solución
El número de proposiciones es 2, por tanto, el número de valores de verdad es $2^n = 2^2 = 4$, el resultado indica el número de reglones de la tabla.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
v	**v**	**v**	**v**	**v**
v	**f**	**f**	**v**	**v**
f	**v**	**f**	**v**	**v**
f	**f**	**f**	**f**	**v**

Conclusión:Se concluye que la tabla de verdad construida es una tautología.

3. Realiza una tabla de verdad y verifica si la siguiente proposición $(p \wedge q) \wedge \sim p$ es una contradicción.

Solución
El número de proposiciones es 2, por tanto, el número de valores de verdad es $2^n = 2^2 = 4$, el resultado indica el número de reglones de la tabla.

p	q	$p \wedge q$	$\sim p$	$(p \wedge q) \sim p$
v	**v**	**v**	**f**	**f**
v	**f**	**f**	**f**	**f**
f	**v**	**f**	**v**	**f**
f	**f**	**f**	**v**	**f**

Conclusión:La proposición resultó falsa para todos los valores, por consiguiente, es una contradicción.

4. Construye la tabla de verdad para $p \vee (q \wedge r)$.

El número de proposiciones es 3, por tanto, el número de valores de verdad es $2^n = 2^3 = 8$, el resultado indica el número de reglones de la tabla.

p	q	$p \wedge q$	$\sim p$	$(p \wedge q) \sim p$
v	**v**	**v**	**v**	**v**
v	**v**	**f**	**f**	**v**
v	**f**	**v**	**f**	**v**
f	**v**	**v**	**v**	**v**
v	**f**	**f**	**f**	**v**
f	**f**	**v**	**f**	**f**
f	**v**	**f**	**f**	**f**
f	**f**	**f**	**f**	**f**

Conclusión: Finalmente, la tabla indica que se trata de una contingencia.

Ejercicios propuestos

1. Contruye la tabla de verdad para cada una de las siguientes proposiciones:

1. $p \vee \sim q$ **2.** $\sim p \Rightarrow \sim q$ **3.** $\sim (p \vee q) \Rightarrow \sim q$
4. $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$ **5.** $(p \vee q) \wedge \sim (p \Rightarrow q)$ **6.**$(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$
7.$8p \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow p$ **8.** $(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim (p \vee q)$ **9.** $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
10. $\sim p \vee (\sim q \Leftrightarrow r)$